**Позиционные системы счисления**

**Тип учебной работы:** проектная работа

**Выполнила:**

Собко Кристина Александровна

10А класс

МБОУ «Лицей №174»

г. Зеленогорск

**Руководитель:**

Снегирева Вилена Сафовна,

учитель информатики,

МБОУ «Лицей №174»,

г. Зеленогорск

Оглавление

[Введение 3](#_Toc477520902)

[2.Теоритическая часть 4](#_Toc477520903)

[2.1. Базовые знания позиционных систем счисления 4](#_Toc477520904)

[2.2.Операции позиционных систем счисления и перевод позиционных систем счисленя 7](#_Toc477520905)

[3.Практическая часть 15](#_Toc477520906)

[3.1. План мероприятий 15](#_Toc477520907)

[3.2. Ожидаемый результат 15](#_Toc477520908)

[4. Заключение 16](#_Toc477520913)

[5.Литература 17](#_Toc477520914)

# Введение

Актуальность: многие задачи строятся на основе систем счисления, которые мы используем сейчас и в дальнейшем.

Проблема: нехватка знаний для решения задач с позиционными системами счисления.

Объект: Системы счисления

Предмет: позиционные системы счисления

Цель: научиться решать задачи с использованием позиционных систем счисления.

Задачи:

1. Изучить позиционные системы счисления.
2. Где и для чего используются позиционные системы счисления.
3. Как выполнять действия в позиционных системах.

Продукт: буклет с задачами «Позиционные системы счисления»

# 2.Теоритическая часть

## 2.1. Базовые знания систем счисления

**Позиционные и непозиционные системы счисления.**

Чтобы лучше ее понять, необходимо познакомиться с другими системами. Возможно много различных систем счисления, которые делятся на две большие группы – позиционные и непозиционные. Цифра - это письменный знак, изображающий число. В древнейшие времена числа обозначались прямолинейными пометками: одна палочка изображала единицу, две палочки - двойку и т. д.

Для изображения больших чисел этот способ был непригоден. Поэтому появились особые знаки для числа 10, а у некоторых народов и для числа 5. Позднее были созданы знаки для больших чисел. Знаки эти у разных народов имели разную форму и с течением времени видоизменялись. Различны были и системы нумерации, т. е. способы соединения цифр для изображения больших чисел.

*Существенные недостатки непозиционных систем счисления:*

* Существует постоянная потребность введения новых знаков для записи больших чисел;
* Невозможно представлять дробные и отрицательные числа;
* Сложно выполнять арифметические операции, т.к. не существует алгоритмов их выполнения.

***Позиционные системы счисления.***

В наше время технического прогресса ведущую роль среди наук играет математика. Она служит базой для инженерных наук. Все крупнейшие технические достижения от строительства зданий и мостов до раскрепощения атомной энергии, сверхзвуковой авиации и космических полётов - были бы невозможны без математики. Потребность решать эти грандиозные задачи привела к созданию компьютеров, и на наших глазах происходит новая техническая и информационная революция. Наше время-период невиданного расцвета математики.

Язык чисел, как и обычный язык, имеет свой алфавит. В том языке чисел, которым сейчас пользуются практически на всём земном шаре, алфавитом служат десять цифр от 0 до 9. Этот язык называется десятичной системой счисления. Однако не во все времена и не везде люди пользовались десятичной системой. С точки зрения чисто математической, она не имеет специальных преимуществ перед другими возможными системами счисления, и своим повсеместным распространением эта система обязана вовсе не общим законам математики, а причинам совсем иного характера.

В последнее время с десятичной системой серьёзно конкурируют двоичная и отчасти троичная система, которыми «предпочитают пользоваться» современные вычислительные машины. Чтобы иметь дело с числами, необходимо, прежде всего, уметь называть и записывать их. Способ наименования и записи чисел, принято называть системой счисления. Привычной для нас и общепринятой является позиционная система счисления.

Системы счисления используются в:

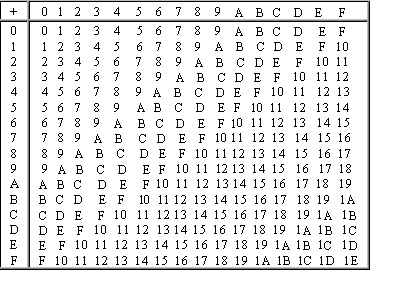
* Римская система счисления в современном мире используется чаще всего, когда хотят указать на номер по порядку. Например, “10” означает количество (десять штук), а римское «Х» означает «десятый».
* Двоичная система счисления - наиболее широко используется в компьютерах, так как один разряд двоичного числа соответствует одному биту - минимальной единице информации в компьютерной технике.
* Также, двоичную систему счисления традиционно используют при указании линейных размеров в дюймах, например, 715/16″, 311/32″. Самое первое известное использование двоичной системы счисления принадлежит, пожалуй, древнеиндейскому математику Пингале[1](http://popoff.donetsk.ua/text/donntu/odm/theory/enumeration/faq.html#l1) (примерно II-V века до н.э.).
* Шестнадцатеричная система счисления широко используется в низкоуровневом программировании, а также в компьютерной документации. В современных компьютерах минимальной единицей памяти является 8-битный байт, значения которого удобно записывать двумя шестнадцатеричными цифрами. Такое использование началось с системы IBM/360, где вся документация использовала шестнадцатеричную систему счисления.
* С восьмеричной системой счисления вообще всё интересно. Она использовалась, например, некоторыми американскими индейцами, так как они считали, что нужно считать количество не по количеству пальцев рук, а по количеству промежутков между пальцами. Восьмеричная система счисления иногда используется в компьютерах - по видимому, чаще всего при определении прав в Unix-подобных операционных системах. Когда-то были компьютеры, в которых использовались 24-х и 36-битные слова. В таких компьютерах очень удобно было использовать восьмеричную систему счисления, так как все биты слова могут быть представлены целым количеством восьмеричных цифр и не нужно было всегда дописывать незначащие нулевые биты в начале. Например, для 36-битного слова нужно ровно 12 восьмеричных разрядов. В нашем курсе дискретной математики мы изучаем восьмеричную систему, так как это одна из систем, в которую можно выполнить непосредственный перевод из двоичной системы счисления, минуя десятичную. Шестидесятеричная система счисления широко используется при подсчёте минут и секунд. Происхождение шестидесятеричной системы неясно. Возможно, она связана с двенадцатеричной системой счисления (60 = 5×12, где 5 — число пальцев на руке).

**Виды позиционных систем счисления**

1. **Двоичная:** *Алфавит состоит из двух цифр 0 и 1.*Достоинства двоичной системы счисления заключаются в простоте реализации процессов хранения, передачи и обработки информации на компьютере. Недостатки – код числа, записанного в двоичной системе счисления представляет собой последовательность из 0 и 1. Большие числа занимают достаточно большое число разрядов.   
   Быстрый рост числа разрядов - самый существенный недостаток двоичной системы счисления.
2. **Троичная:**  *Алфавит состоит из трех цифр 0, 1, 2*. В числе, записанном в троичной системе, каждая цифра означает, что ее надо умножить на определенную степень 3, причем чем левее стоит цифра, тем выше степень. Наиболее привычная ситуация, в которой проявляется необходимость троичного анализа, — это, пожалуй, взвешивание на чашечных весах.
3. **Восьмеричная:** *{0, 1, 2, 4, 5, 6, 7 }*позиционная целочисленная система счисления с основанием 8. Для представления чисел в ней используются цифры от 0 до 7. Восьмеричная система чаще всего используется в областях, связанных с цифровыми устройствами.
4. **Шестнадцатеричная:***{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; A, B, C, D, E, F}*позиционная система счисления по целочисленному основанию 16. В качестве цифр этой системы счисленияобычно используются цифры от 0 до 9 и латинские буквы от A до F. Буквы A, B, C, D, E, F имеют значения 1010, 1110, 1210, 1310, 1410, 1510 соответственно.

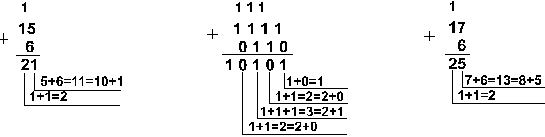
## Операции систем счисления

|  |  |
| --- | --- |
| Сложение в двоичной системе  http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0013.gif | Сложение в восьмеричной системе  http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0014.gif |

               Сложение в шестнадцатеричной системе

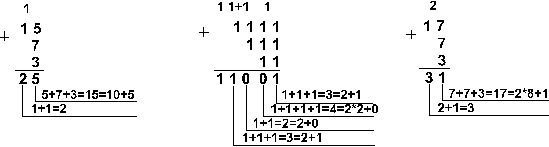
 При сложении цифры суммируются по разрядам, и если при этом возникает избыток, то он переносится влево.  
 

**Пример 1.** Сложим числа 15 и 6 в различных системах счисления.

http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0016.gif  
      

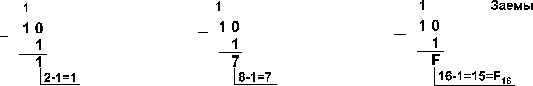
|  |  |
| --- | --- |
| **Шестнадцатеричная:** F16+616  http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0018.gif | **Ответ:** 15+6 = 2110 = 101012 = 258 = 1516.  **Проверка.** Преобразуем полученные суммы к десятичному виду: 101012 = 24 + 22 + 20 = 16+4+1=21,  258 = 2**.**81 + 5**.**80 = 16 + 5 = 21,  1516 = 1**.**161 + 5**.**160 = 16+5 = 21. |

**Пример 2.** Сложим числа 15, 7 и 3.

Двоичная: 11112+1112+112 Восьмеричная: 178+78+38

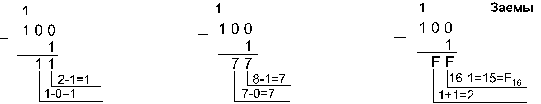
|  |  |
| --- | --- |
| **Шестнадцатеричная:** F16+716+316  http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0021.gif | **Ответ:** 5+7+3 = 2510 = 110012 = 318 = 1916.  **Проверка:** 110012 = 24 + 23 + 20 = 16+8+1=25, 318 = 3**.**81 + 1**.**80 = 24 + 1 = 25,  1916 = 1**.**161 + 9**.**160 = 16+9 = 25. |

**В ы ч и т а н и е**

**Пример 4.** Вычтем единицу из чисел 102, 108 и 1016  
**Двоичная: 102-12 Восьмеричная:108-18 Шестнадцатеричная: 1016-116**        
 

**Пример 5.**

Вычтем единицу из чисел 1002, 1008 и 10016.

**Двоичная: 1002-12 Восьмеричная: 1008-18 Шестнадцатеричная: 10016-116**        
 

**У м н о ж е н и е**

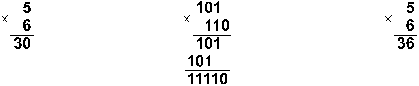
Выполняя умножение многозначных чисел в различных позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик, но при этом результаты перемножения и сложения однозначных чисел необходимо заимствовать из соответствующих рассматриваемой системе таблиц умножения и сложения.

|  |  |
| --- | --- |
| **Умножение в двоичной системе**  http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0034.gif | **Умножение в восьмеричной системе**  http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0035.gif |

Ввиду чрезвычайной простоты таблицы умножения в двоичной системе, умножение сводится лишь к сдвигам множимого и сложениям.  
   
  **Пример 7.**

Перемножим числа 5 и 6.

**Двоичная: 1012\*1102 Восьмеричная: 58\*68**



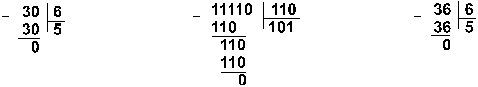
**Ответ:** 5**.**6 = 3010 = 111102 = 368.

**Проверка.**

Преобразуем полученные произведения к десятичному виду:  
111102 = 24 + 23 + 22 + 21 = 30;  
368 = 381 + 680 = 30.  
   
 **Д е л е н и е**

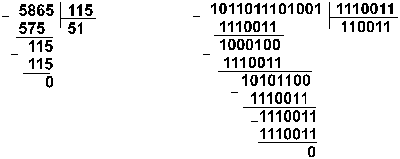
Деление в любой позиционной системе счисления производится по тем же правилам, как и деление углом в десятичной системе. В двоичной системе деление выполняется особенно просто, ведь очередная цифра частного может быть только нулем или единицей.  
   
  **Пример 9.** Разделим число 30 на число 6.

http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0040.gif

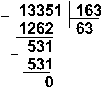


**Ответ:** 30 : 6 = 510 = 1012 = 58.  
   
  **Пример 10.** Разделим число 5865 на число 115.

http://numeral-system.do.am/img/arifm_d/0042.gif



**Восьмеричная:** 133518 :1638



**Ответ:** 5865 : 115 = 5110 = 1100112 = 638.

**Проверка.** Преобразуем полученные частные к десятичному виду:  
1100112 = 25 + 24 + 21 + 20 = 51; 638 = 6**.**81 + 3**.**80 = 51.

# 2.2.Перевод систем счисления

Перевод чисел из одной системы счисления в другую составляет важную часть машинной арифметики. Рассмотрим основные правила перевода.

1. Для перевода двоичного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 2, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula4.gif**

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней двойки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n (степень) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris10.gif | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

**Пример.**Число 111010002 перевести в десятичную систему счисления.

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula5.gif**

2. Для перевода восьмеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 8, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula6.gif**

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней восьмерки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n (степень) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris8.gif | 1 | 8 | 64 | 512 | 4096 | 32768 | 262144 |

**Пример.**

Число 750138 перевести в десятичную систему счисления.

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula7.gif**

3. Для перевода шестнадцатеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 16, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula8.gif**

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней числа 16:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n (степень) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris9.gif | 1 | 16 | 256 | 4096 | 65536 | 1048576 | 16777216 |

**Пример.**

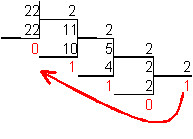
Число FAD116 перевести в десятичную систему счисления.

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula9.gif**

**Перевод десятичной системы в двоичную.**

Для перевода десятичного числа в двоичную систему его необходимо последовательно делить на 2 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 1. Число в двоичной системе записывается как последовательность последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

**Пример.**



http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris16.gif  
**Перевод двоичной в восьмеричную:**

Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную, его нужно разбить на триады (тройки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую триаду нулями, и каждую триаду заменить соответствующей восьмеричной цифрой.

**Пример.**

Число 10010112 перевести в восьмеричную систему счисления.

http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris23.gif

**Перевод восьмеричной в двоичную**

Для перевода восьмеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой.

**Пример.**

Число 5318 перевести в двоичную систему счисления.

http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris27.gif

# 3.Практическая часть

## 3.1. План мероприятий

## 3.2. Ожидаемый результат

## 4.Заключение

Работая над проектом, я просмотрела множество литературы, узнала много нового и интересного.

Передо мной стояли следующие задачи:

1. Изучить позиционные системы счисления.
2. Где и для чего используются позиционные системы счисления.
3. Как выполнять действия в позиционных системах.

Я изучила разные системы счисления, что в дальнейшем мне поможет решать разные задачи с позиционными системами счисления. Я узнала для чего используются позиционные системы и на каких предприятиях. Узнала, как выполняются действия с этими системами счисления

Завершив работу над проектом, я выполнила основные моменты, достигла цели и, более того, освоила систему углубления знаний за счёт детального изучения узкой специализации науки.

# 5.Литература

# <http://www.hintfox.com/article/nedesjatichnie-sistemi-schislenija.html>

<http://aurahome.ru/gard4.html>

<http://mathemlib.ru/books/item/f00/s00/z0000005/st019.shtml>

<http://www.myshared.ru/slide/202421/>

<https://yandex.ru/search/?text=%D0%BD%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D1%81%D1%8F%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D1%8B%D0%B5%20%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D1%8B%20%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F%20%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B5%D0%BA%D1%82&lr=62&clid=2039341>

<http://mschool.kubsu.ru/mmf/index.php?option=com_content&view=article&id=190:2014-04-13-12-54-57&catid=15&Itemid=51>

<http://inf.e-alekseev.ru/text/Schisl_perevod.html>

<http://www.hintfox.com/article/nedesjatichnie-sistemi-schislenija.html>