Экономическое планирование работы ГУЗ «Республиканская клиническая офтальмологическая больница»

Содержание.

Глава 1. История линейного программирования.

Каждый человек ежедневно, не всегда осознавая это решает проблему: как получить наибольший эффект, обладая ограниченными средствами.

Наши средства и ресурсы всегда ограничены. Жизнь была бы менее интересной, если бы это было не так. Не трудно выиграть сражение, имея армию в 10 раз большую, чем у противника; Ганнибалу, чтобы разбить римлян при Каннах, командуя вдвое меньшей армией, нужно было действовать очень обдуманно.

Чтобы достичь наибольшего эффекта, имея ограниченные средства, надо составить план, или программу действий. Раньше план в таких случаях составлялся «на глазок» (теперь, впрочем, зачастую тоже). В середине XX века был создан специальный математический аппарат, помогающий это делать «по науке». Соответствующий раздел математики называется математическим программированием. Слово «программирование» здесь и в аналогичных терминах («линейное программирование, динамическое программирование» и т.п.) обязано отчасти историческому недоразумению, отчасти неточному переводу с английского. По-русски лучше было бы употребить слово «планирование». С программированием для ЭВМ математическое программирование имеет лишь то общее, что большинство возникающих на практике задач математического программирования слишком громоздки для ручного счета, решить их можно только с помощью ЭВМ, предварительно составив программу.

Временем рождения линейного программирования принято считать 1939 г., когда была напечатана брошюра Леонида Витальевича Канторовича «Математические методы организации и планирования производства». Поскольку методы, изложенные Л.В.Канторовичем, были мало пригодны для ручного счета, а быстродействующих вычислительных машин в то время не существовало, работа Л.В.Канторовича осталась почти не замеченной.

Л. В. Канторович родился в Санкт-Петербурге в семье врача 19 января 1912 года (6 января по старому стилю). Дарование мальчика проявилось очень рано. Уже в 1926 году в возрасте 14 лет он поступил в Ленинградский университет. Вскоре он стал заниматься в кружке, организованном для студентов Г. М. Фихтенгольцем, а затем и в семинаре, посвященном дескриптивной теории функций. Разумеется, ранние студенческие годы сформировали первую когорту наиболее близких товарищей. В кружке Г. М. Фихтенгольца занимались также Д. К. Фаддеев, И. П. Натансон, С. Л. Соболев, С. Г. Михлин и др., с которыми Леонид Витальевич был дружен всю жизнь.

Основные научные труды в области математики Леонид Витальевич создал именно в свой «ленинградский» период. При этом если в тридцатые годы он публикует больше статей по чистой математике, то сороковые годы для него — время работ по вычислительной математике, где он становится признанным лидером в стране.

В 1957 году Леонида Витальевича приглашают на работу во вновь создаваемое Сибирское отделение Академии наук. С этого момента основные публикации Леонида Витальевича относятся к экономике, за исключением, прежде всего, всемирно известного курса функционального анализа, в студенческом жаргоне — «Канторович и Акилов».

Нельзя не отметить одну блестящую придумку Леонида Витальевича и его учеников — научные тарифы на такси. Люди старшего поколения помнят как в 60-е годы была введена плата за посадку и уменьшена такса за проезд, что немедленно привело к повышению рентабельности перевозок и выгодности коротких поездок для клиентов и водителей. Эта экономическая мера была разработана в результате математического моделирования, осуществленного Л. В. Канторовичем и группой его молодых учеников-математиков и опубликованного в заметке в самом престижном математическом журнале страны — в «Успехах математических наук».

Шестидесятые годы Леонида Витальевича — время признания. В 1964 году он избран действительным членом АН по Отделению математики и в 1965 году удостоен Ленинской премии.

Что же такое линейное программирование? Этим термином называют колоссальный раздел науки, посвященный линейным оптимизационным моделям, то есть построению, теоретическому и численному анализу и решению задач, в которых требуется найти оптимальное значение, т. е. максимум или минимум, некоторой системы показателей в процессе, поведение и состояние которого описывается той или иной системой линейных неравенств.

В США линейное программирование возникло в 1947 году прежде всего в работах Дж. Данцига. Поучительно привести слова Дж. Данцига об истории линейного программирования:

Свое второе рождение линейное программирование получило в начале пятидесятых годов с появлением ЭВМ. Тогда началось всеобщее увлечение линейным программированием, вызвавшее в свою очередь развитие других разделов математического программирования. В 1975 году академик Л.В.Канторович и американец профессор Т. Купманс получили Нобелевскую премию по экономическим наукам за «вклад в разработку теории и оптимального использования ресурсов в экономике».

Эти премии получили свое название в честь их учредителя – известного химика и изобретателя Альфреда Нобеля, они должны были присуждаться за научные открытия в области физики, химии, физиологии или медицины, за литературные произведения, «отражающие человеческие идеалы», а так же тем, кто «внесет весомый вклад в сплочение народов, уничтожение рабства, снижение численности существующих армий и содействие мирной договоренности». Математикам премия не предназначалась. Однако в 1969 году Шведский банк по случаю 300-летия со дня своего образования учредил премию памяти А.Нобеля – по экономическим наукам. Она то и была присуждена в 1975 году Л.В.Канторовичу и Т.Купмансу за создание новой математической науки (получившей название линейного программирования) и применение этой теории в экономике.

Концепции Леонида Витальевича вскоре после войны были переоткрыты на западе. Американский экономист Т.Купманс в течении многих лет привлекал внимание математиков к ряду задач, связанных с военной тематикой. Он активно способствовал тому, чтобы был организован математический коллектив для разработки этих проблем. В итоге было осознано, что надо научиться решать задачи о нахождении экстремумов линейных функций на многогранниках, задаваемых линейными неравенствами. По предложению Купманса этот раздел математики получил название линейного программирования.

Глава 2. Основные понятия и этапы построения оптимизационных моделей.

Разновидность экономико-математического моделирования обладает рядом особенностей, связанных как с объектом моделирования, так и с применяемым аппаратом и средствами моделирования. Поэтому целесообразно более детально проанализировать последовательность и содержание этапов экономико-математического моделирования, выделив следующие шесть.

Постановка экономической проблемы и её качественный анализ. На этом этапе требуется сформулировать сущность проблемы, принимаемые предпосылки и допущения. Необходимо выделить важнейшие черты и свойства моделируемого объекта, изучить его структуру и взаимосвязь его элементов, хотя бы предварительно сформулировать гипотезы, объясняющие поведение и развитие объекта.

Построение математической модели. Это этап формализации экономической проблемы, т. е. выражения её в виде конкретных математических зависимостей (функций, уравнений, неравенств и других зависимостей). Построение модели подразделяется в свою очередь на несколько стадий. Сначала определяется тип экономико-математической модели, изучаются возможности её применения в данной задаче, уточняется конкретный перечень переменных и параметров и форма связей. Для некоторых сложных объектов целесообразно строить несколько разноаспектных моделей; при этом каждая модель выделяет лишь некоторые стороны объекта, а другие стороны учитываются агрегировано и приближённо. Оправданно стремление построить модель, относящуюся к хорошо изученному классу математических задач, что может потребовать некоторого упрочнения исходных предпосылок модели, не искажающего основных черт моделируемого объекта. Однако возможна и такая ситуация, когда формализация проблемы приводит к неизвестной ранее математической структуре.

Математический анализ модели. На этом этапе чисто математическими приёмами исследования выявляются общие свойства модели и её решений. В частности, важным моментом является доказательство существования решения сформулированной задачи. При аналитическом исследовании выясняется, единственно ли решение, какие переменные могут входить в решение, в каких пределах они изменяются, каковы тенденции их изменения и т. д. Однако модели сложных экономических объектов с большим трудом поддаются аналитическому исследованию; в таких случаях переходят к численным методам исследования.

Подготовка исходной информации. В экономических задачах это, как правило, наиболее трудоёмкий этап моделирования, т. к. дело не сводится к пассивному сбору данных. Математическое моделирование предъявляет жёсткие требования к системе информации; при этом надо принимать во внимание не только принципиальную возможность подготовки информации требуемого качества, но и затраты на подготовку информационных массивов. В процессе подготовки информации используются методы теории вероятностей, теоретический и математической статистики для организации выборочных обследований, оценки достоверности данных и т. д. При системном экономико-математическом моделировании результаты функционирования одних моделей служат исходной информацией для других.

Численное решение. Этот этап включает разработку алгоритмов численного решения задачи, подготовку программ на ЭВМ и непосредственное проведение расчётов. При этом значительные трудности вызываются большой размерностью экономических задач. Обычно расчёты на основе экономико-математической модели носят многократный характер. Многочисленные модельные эксперименты, изучение поведения модели при различных условиях возможно проводить благодаря высокому быстродействию современных ЭВМ. Численное решение существенно дополняет результаты аналитического исследования, а для многих моделей является единственно возможным.

Глава 3. Линейное программирование с точки зрения экономиста

Линейное программирование - одно из наиболее популярных и широко применяющихся математических средств решения экономических задач самого различного содержания. Термин "программирование", входящий в его название, не должен вводить в заблуждение - речь не идет о программировании электронно-вычислительных машин, хотя, конечно, в наше время задачи линейного программирования решаются, как правило, на компьютерах. Этот термин в названии восходит к общему смыслу слова "программа" - план, руководство к действию и как таковая, дисциплина "линейное программирование" представляет собой математическую теорию определения наилучших планов действия в определенных экономических ситуациях.

Что это за ситуации? В первую очередь их можно охарактеризовать наличием одной хорошо определенной цели или критерия. В этом случае не годится стремление "чтобы все было хорошо", цель должна измеряться в определенных единицах и однозначно определяться выбранным планом действий. Более подходящим примером может быть доход от деятельности предприятия, а планом действий в данном случае может быть производственная программа предприятия.

С точки зрения математики производственную программу предприятия в первом приближении можно записать как набор чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$ в котором x_i обозначает запланированный выпуск изделий i-го типа, n - количество типов изделий.

Если c_i - доход от произведенного изделия i -го типа и каждое произведенное изделие покупается по одной и той же цене, то суммарный доход предприятия является простой суммой

$$P = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j, \qquad (1)$$

что отражает присутствие слова "линейное" в названии "линейное программирование".

Сумма (1) является *линейной* функцией величин $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и, конечно, лишь приближенно отражает экономические реалии. В этом случае при увеличении выпуска всех изделий в тысячу раз, доход предприятия возрос бы также в тысячу раз. В реальной экономике при значительном росте производства начинают сказываться такие факторы как насыщение рынка, увеличение конкуренции, рост производственных издержек и пр., что, конечно, понижает доходность и не отражается в такой простой формуле, как (1). Рост масштабов производства может не только понижать доходность, но и повышать ее - при переходе от кустарного или мелкосерийного производства к крупносерийному издержки, в расчете на одно изделие, могут уменьшаться и соответственно доходность - повышаться.

Тем не менее, в относительно стабильной экономической ситуации, при небольших изменениях объёмов выпуска от одного применения этой модели к другому, линейная функция (1) может вполне удовлетворительно описывать процесс производства и потребления изделий и служить полезным инструментом экономического анализа и планирования.

Помимо описания самого критерия в линейном программировании нужно указать к чему мы, собственно говоря, стремимся. В приведённом выше примере естественным экономическим требованием является *максимизация* дохода предприятия, что будет записываться как

$$\max P = \max_x \sum_{j=1}^{n} c_j x_j . \qquad (2)$$

Максимум дохода достигается за счет оптимального выбора производственной программы, что и подчеркивается в записи (2).

Возможна и другая постановка задачи линейного программирования, когда критерий не максимизируется, а *минимизируется*. В качестве такого критерия, например, могут выступать суммарные затраты производства, экологический ущерб, транспортные расходы и пр. Принципиально, эти задачи не отличаются от (2) и сведение их к одному типу мы будем обсуждать далее.

В задаче линейного программирования используется линейная модель, в которой функция цели f(x) линейна, ограничения $\psi_j(X)$ являются либо линейными неравенствами, либо линейными равенствами. На искомые переменные может быть либо наложено, либо не наложено требование неотрицательности.

Другим неотъемлемым элементом экономической ситуации, где непосредственно применим подход линейного программирования, являются ограничения, налагаемые на возможные варианты планов производства.

Чаще всего это так называемые ресурсные ограничения, описывающие тот факт что

- для производства товаров приходиться тратить ресурсы;
- количество ресурсов, которое можно затратить на производство товаров, ограничено.

Если считать, что в нашем производстве используются $i = 1,2,\ldots,m$ ресурсы (труд, различные виды сырья, энергия и т.д.), то в модели линейного программирования эти два факта описываются с помощью коэффициентов a_{ij}, которые задают затраты i-го ресурса на производство единицы j-го продукта.

Если затраты ресурсов *линейно* возрастают в зависимости от роста объёмов производства, то для выпуска продукта j в количестве x_j единиц требуется $a_{ij}x_j$ единиц i-го ресурса. Выпуск всего плана $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ потребует при этом

$$z_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots a_{in}x_n = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$$

единиц i-го ресурса.

Когда в наличии имеется не более b_i единиц этого ресурса, то ясно, что любой реализуемый план производства x должен удовлетворять ограничению

$$z_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i.$$

Учитывая то, то у нас несколько (m) видов ресурсов и допустимый план должен удовлетворять каждому из таких ограничений, получаем систему *линейных* неравенств

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m, \end{array} \qquad (3)$$

Где $b_1, b_2, \ldots, b_m$ - запасы соответствующих ресурсов. Эту систему можно записать компактнее, как

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_j,\ i = 1,2,\ldots,m,$$

чем мы и будем в дальнейшем пользоваться.

Ограничения в задаче линейного программирования могут быть разных типов: для определенных видов ресурсов можно с самого начала потребовать выполнение строгих равенств вида

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_j,$$

как это может иметь место для неохраняемых ресурсов, типа электроэнергии, некоторые ограничения могут иметь противоположные знаки

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_j.$$

Последний тип ограничений может отражать, например, требования заказчика на удовлетворение определенных стандартов. Например, если $x_j, j = 1,2,\ldots,n$ - составляющие кормовой смеси для рациона животных на сельскохозяйственной ферме, а a_{ij} - пищевая ценность j-го продукта относительно i-го критерия (например, калорийность), то условие (4) может означать требование, что суммарная пищевая ценность компонент смеси была не меньше, чем определенный стандарт b_i.

С точки зрения практического экономиста, применение линейного программирования означает, таким образом:

1. Определение *структуры* задачи - что в ней является критерием, какие в ней присутствуют ограничения, какими переменными величинами $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ мы можем управлять, в чем заключается желаемый экономический эффект;
2. Сбор необходимой информации - определение, часто путем статистических исследований, анализа рынка, прогнозов и пр., значений коэффициентов задачи: стоимостных коэффициентов $c_j, j = 1,2,\ldots,n$, расходных $a_{ij}, i = 1,2,\ldots,m; j = 1,2,\ldots,n$, объёмов доступных ресурсов $b_i, i = 1,2,\ldots,m$;
3. Подготовкой задачи к решению. Поскольку сейчас это делается, как правило, с помощью вычислительных машин, этот шаг в решении задачи представляет собой перенос данных и описания задачи в специальную машинно-читаемую форму. Для этого применяются специальные (и достаточно сложные) форматы данных и программные системы;

4. Собственно решение задачи. Для этого существует множество высокоэффективных программ для самых разнообразных вычислительных платформ, от суперкомпьютеров до персональных ЭВМ и даже калькуляторов. Трудами многих талантливых математиков и программистов алгоритмы и программы доведены до столь высокой степени совершенства, что на этой стадии редко возникают вычислительные проблемы. Значительно чаще на этой стадии выявляются дефекты постановки задачи, ошибки в подготовке данных или описании структуры задачи. Эффект таких ошибок является часто весьма неожиданным и их исправление требует как высокой математической квалификации так и знания конкретной области приложения;

5. Анализ результатов. Это заключительная и, по сути дела, наиболее важная часть процесса. При это надо иметь в виду, что в ходе решения задачи линейного программирования, как правило, определяются не только собственно оптимальный план, но и большой объём сопутствующей информации, которая весьма ценна для экономического анализа и планирования.

Из перечисленного ясно, что современному экономисту необходимо хорошо разбираться в математических основах линейного программирования с тем, чтобы успешно применять этот мощный аппарат экономического анализа и планирования.

Глава 4. Общие сведение о ГУЗ «Республиканской Клинической Офтальмологической Больницы Минздрава ЧР».

Исследуемое государственное учреждение здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» создано в 1980 году. Учредителем является Министерство здравоохранения Чувашской республики. Учреждение обладает правами юридического лица, имеет обособленное имущество, самостоятельный баланс, расчетный и иные счета в учреждениях банков, печать со своим наименованием, штамп и бланки, а также фирменную символику.

Адрес учреждения: 428014 Чувашская Республика, г. Чебоксары, ул. Ашмарина, дом 85.

Учредительным документом учреждения является Устав.

Целью создания ГУЗ «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» является оказание специализированной офтальмологической помощи населению города и республики.

В соответствии с целью деятельности РКОБ осуществляет следующие основные виды деятельности:

- оказание круглосуточной экстренной офтальмологической помощи;
- выявление и комплексное амбулаторное и стационарное лечение больных, страдающих офтальмологическими заболеваниями;
- оказание профилактической и лечебно-диагностической помощи страдающим офтальмологическими заболеваниями:
- проведение лучевой диагностики и рентгенодиагностики.

Имущество, отраженное в балансе, закрепленное за РКОБ на праве оперативного управления и является государственной собственностью.

Основными источниками формирования имущества и финансовых ресурсов учреждения являются:

- имущество, закрепленное собственником, а также приобретенное за счет бюджетных средств, выделяемых учреждению по смете;
- бюджетные ассигнования и другие поступления от министерства здравоохранения Чувашской Республики и учредителей;

- средства, поступающие в соответствии с Законом РФ «О медицинском страховании граждан в Российской Федерации»;
- внебюджетные средства;
- доход, полученный от оказания платных услуг, разрешенных учреждению видов предпринимательской деятельности;
- безвозмездные и благотворительные взносы, пожертвования от организаций, учреждений и граждан.

Доходы, полученные учреждением от предпринимательской деятельности, и имущество, приобретенное за счет этих доходов, поступают в самостоятельное распоряжение учреждения и учитываются на отдельном балансе.

Высшим должностным лицом государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» является главный врач, назначаемый и освобождаемый Министерством здравоохранения Чувашской республики. По вопросам, отнесенным законодательством РФ и Чувашской Республики к его компетенции, главный врач действует на принципах единоначалия.

Главный врач самостоятельно определяет структуру аппарата управления, численность, квалификационный и штатный состав, назначает на должность и освобождает от должности работников администрации, заключает с ними трудовой договор или контракт.

Трудовой коллектив учреждения:

- рассматривает и решает вопросы самоуправления трудового коллектива в соответствии с законодательством РФ;
- определяет порядок проведения собрания или конференции трудового коллектива и нормы представительства.

Оценку показателей производим по среднегодовой стоимости, которую рассчитываем как среднее арифметическое из стоимости на начало и на конец года.

Из данных таблицы 1 следует, что стоимость имущества государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за период 2001 – 2003 гг. обнаруживает устойчивую тенденцию к росту. В 2002 году по сравнению с 2001 годом стоимость имущества предприятия увеличилась с 30997 тыс. руб. до 31205 тыс. руб., т.е. на 208 тыс. руб. или 0,7 %. Наиболее значительное увеличение стоимости имущества наблюдается в 2003 году по сравнению с 2001 годом: на 26521 тыс. руб. или 85,6 %. В 2003 году имущество государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» оценивается в 57518 тыс. руб.

В составе имущества наибольшую стоимость имеют основные средства, стоимость которых возрастает с 28118 тыс. руб. в 2001 году до 28356 тыс. руб. в 2002 году и до 52903 тыс. руб. в 2003 году. В 2003 году по сравнению с 2001 годом стоимость имущества государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» увеличилась на 24785 тыс. руб. или 88,1 %.

Средства государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за период 2001 – 2003 гг. возрастают наиболее быстрыми темпами. В 2002 году по сравнению с 2001 годом их стоимость увеличилась с 164 тыс. руб. до 471 тыс. руб. или в 2,9 раза, в 2003 году по сравнению с 2001 годом стоимость их возросла до 667 тыс. руб. или в 4,1 раза.

Расходы по бюджету на содержание учреждения и другие мероприятия государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за анализируемый период снижаются с 1192 тыс. руб. в 2001 году до 311 тыс. руб. в 2002 году и до 267 тыс. руб. в 2003 году. В общей сложности расходы по бюджету на содержание учреждения и другие мероприятия в 2003 году по сравнению с 2001 годом снизились на 925 тыс. руб. или более чем в 4 раза.

Графически динамика основных показателей актива баланса исполнения сметы доходов и расходов государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 – 2003 гг. представлена на рис. 1.

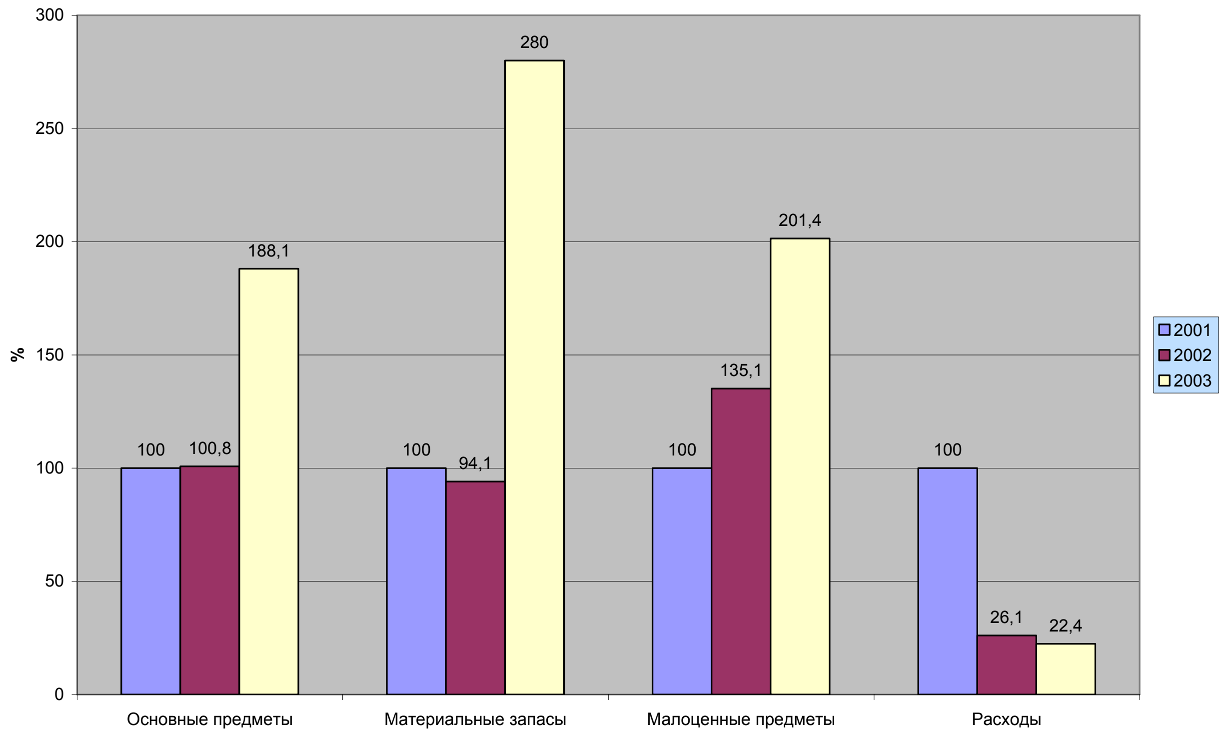


Рис. 1. Динамика основных показателей актива баланса исполнения сметы доходов и расходов государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 – 2003 гг.

На основании баланса исполнения сметы доходов и расходов государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» проанализируем имущество учреждения, для чего составим таблицу 2.

Показатели	Структура, %			Изменение в структуре, %	
	2001	2002	2003	2002	2003
1. Основные средства	90,7	90,9	92,0	+0,2	+1,3
2. Материальные запасы	1,3	1,2	1,6	-0,1	+0,3
3. Малоценные предметы	3,6	4,8	3,9	+1,2	+0,3
5. Средства учреждений	0,5	1,5	1,2	+1,0	+0,7
6. Расчеты	0,1	0,6	0,9	+0,5	+0,8
7.Расходы	3,8	1,0	0,5	-2,8	-3,3
Итого	100,0	100,0	100,0	-	-

Доля материальных запасов составляла в 2001 году 1,3% и увеличилась в 2003 году до 1,6 %. Наблюдается также увеличение доли расчетов с 0,1% до 0,9 %, рост доли малоценных предметов с 3,6 % до 3,9 %.

Графически структура имущества государственного учреждения здраво

За период 2001 – 2003 гг. высокими темпами растут доходы и прибыль учреждения, что безусловно является положительным фактом в деятельности государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница». В 2001 году сумма прибыли составила 54 тыс. руб., увеличилась в 2002 году по сравнению с 2001 годом на 104 тыс. руб. или в 2,9 раза. В 2003 году произошло увеличение доходов и прибыли до 134 тыс. руб. В целом за анализируемый период увеличение прибыли и доходов государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» составило 80 тыс. руб. или 2,5 раза.

На основании пассива баланса исполнения сметы доходов и расходов государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» проанализируем структуру источников формирования имущества учреждения (таблица 4).

В течение 2001 – 2003 гг. государственное учреждение здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» финансирует свою деятельность за счет фондов и средств целевого назначения. В 2001 году на долю фондов и средств целевого назначения приходилось 95,5 % от общей суммы, в 2002 году – 97,2 %, в 2003 году доля фондов и средств целевого назначения возросла до 98,1 %.

Таблица 4

Структура источников формирования имущества по балансу исполнения сметы доходов и расходов ГУЗ «Республиканская клиническая офтальмологическая больница » за 2001 – 2003 гг.

Показатели	Структура, %			Изменение в структуре, %	
	2001	2002	2003	2002	2003
Фонды и средства целевого назначения	95,5	97,2	98,1	+1,7	+2,6
Расчеты	4,4	2,3	1,6	-2,1	-2,8
Доходы, прибыли (убытки)	0,1	0,5	0,3	+0,4	+0,2
Баланс	100,0	100,0	100,0	-	-

Доля доходов и прибыли весьма незначительна: 0,1 % - в 2001 году, 0,5 % - в 2002 году, 0,3 % - в 2003 году. В 2003 году по сравнению с 2001 годом доля доходов и прибыли возросла на 0,2 %.

Доля расчетов в источниках формирования имущества учреждения за анализируемый период обнаруживает устойчивую тенденцию к снижению: с 4,4 % в 2001 году до 1,6 % в 2003 году.

На основании сметы доходов и расходов по бюджетным средствам учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 – 2003 гг. произведем анализ состава и структуры расходов учреждения (таблица 5).

Таблица 5

Состав сметы расходов ГУЗ «Республиканская клиническая офтальмологическая больница » за 2001 – 2003 гг.

Показатели	Годы			Изменение к 2001 г. (+;-)		Темп изменения, к 2001 г. в %	
	2001	2002	2003	2002	2003		
1. Оплата труда с начислениями	2743	4938	5296	+2195	+2553	180,0	193,1
2. Приобретение предметов снабжения и расходных материалов	410	1544	1760	+1134	+1350	в 3,8 р.	в 4,3 р.
3. Оплата услуг связи	40	40	40	-	-	100,0	100,0
4.Оплата коммунальных услуг	320	710	1260	+390	+940	в 2,2 р.	в 3,9 р.
5. Прочие текущие расходы на закупки товаров и оплату услуг	80	90	290	+10	+210	112,5	в 3,6 р.
Итого	3593	7322	8646	+3729	+5053	в 2,0 р.	в 2,4 р.

Графически динамика показателей сметы расходов учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 - 2003 гг. представлена на рис. 3.

Из данных таблицы 5 и рисунка 3 следует, что за анализируемый период расходы государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» увеличиваются год от года. В 2001 году сумма расходов составила 3593 тыс. руб., в 2002 году увеличилась по сравнению с 2001 годом на 3729 тыс. руб. или почти в 2 раза и составила 7322 тыс. руб. В 2003 году расходы учреждения составили 8646 тыс. руб. и превысили уровень 2001 года года на 5053 тыс. руб. или в 2,4 раза.

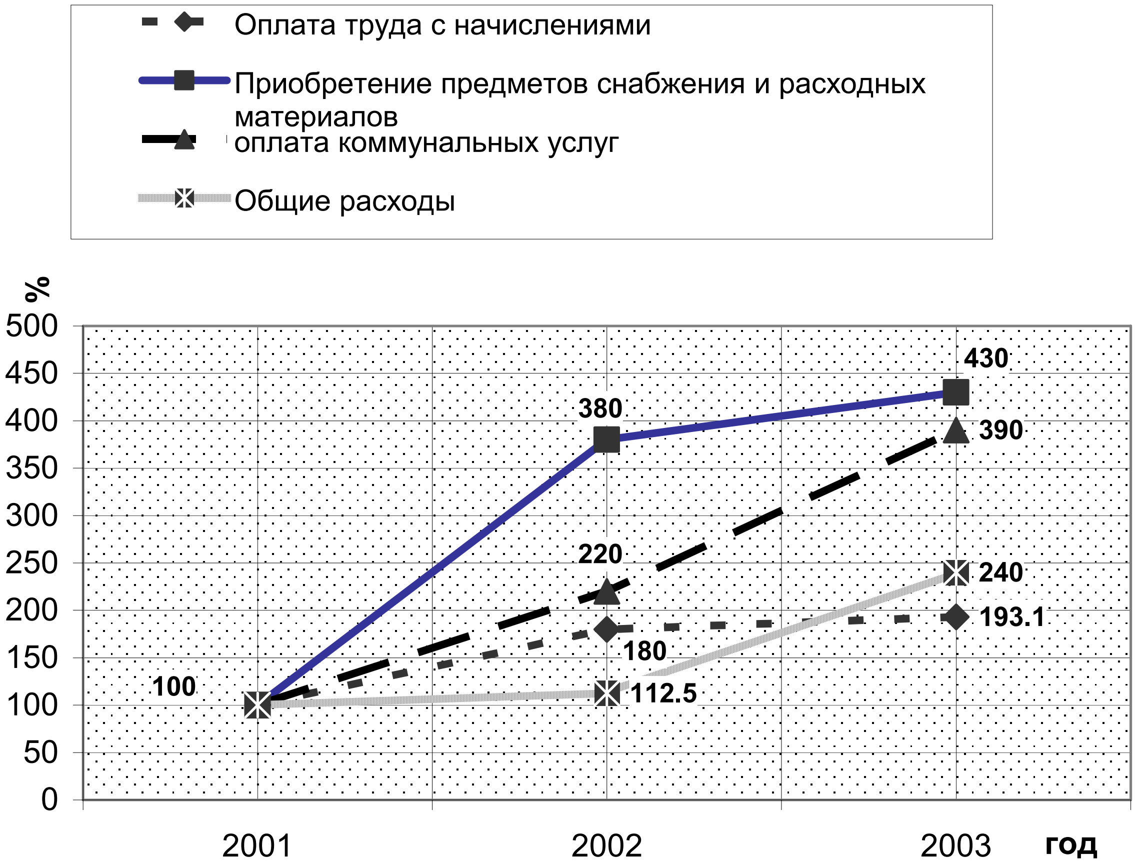


Рис. 3. Динамика показателей сметы расходов учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 - 2003 гг.

В составе расходов государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» преобладают расходы на оплату труда с начислениями: 2743 тыс. руб. в 2001 году, 4938 тыс. руб. в 2002 году и 5296 тыс. руб. в 2003 году. Увеличение суммы расходов на оплату труда с начислениями составило по сравнению с 2001 годом: в 2002 году - 2195 тыс. руб. или 80,0 %, в 2003 году - 2553 тыс. руб. или 93,1 %.

Сумма расходов на приобретение предметов снабжения и расходных материалов за анализируемый период возрастает наиболее динамично. В 2001 году на эти цели было израсходовано 410 тыс. руб., в 2002 году сумма увеличилась в 3,8 раза и составила 1544 тыс. руб. В 2003 году по сравнению с 2001 годом рост расходов на приобретение предметов снабжения и расходных материалов составил 1350 тыс. руб. или 4,3 раза, а сама сумма достигла 1760 тыс. руб.

Неизменной за период 2001 – 2003 гг. остается сумма расходов на оплату услуг связи – на уровне 40 тыс. руб.

Сумма, расходуемая на оплату коммунальных услуг, также обнаруживает устойчивую тенденцию к росту: 320 тыс. руб. - в 2001 году, 710 тыс. руб. - в 2002 году и 1260 тыс. руб. - в 2003 году. Увеличение суммы составило по сравнению с 2001 годом: в 2002 году - 390 тыс. руб. или 2,2 раза, в 2003 году - 940 тыс. руб. или 3,9 раза.

Для оценки структуры сметы расходов учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 – 2003 гг. составим таблицу 6.

Таблица 6

Структура сметы расходов ГУЗ «Республиканская клиническая офтальмологическая больница » за 2001 – 2003 гг.

Показатели	Структура, %			Изменение в структуре, %	
	2001	2002	2003	2002	2003
1. Оплата труда с начислениями	76,3	67,4	61,3	-8,9	-15,0
2. Приобретение предметов снабжения и расходных материалов	11,4	21,1	20,4	+9,7	+9,0
3. Оплата услуг связи	1,1	0,6	0,5	-0,5	-0,6
4. Оплата коммунальных услуг	8,9	9,7	14,6	+0,8	+5,7
5. Прочие текущие расходы на закупки товаров и оплату услуг	2,3	1,2	3,2	-1,1	+0,9
Итого	100,0	100,0	100,0	-	-

Из данных таблицы 6 следует, что в 2001 году наибольшая доля расходов учреждения приходилась на оплату труда с начислениями – 76,3 %. Вторая по значимости – статья «Приобретение предметов снабжения и расходных материалов»; на её долю приходится 11,4 %. На оплату коммунальных услуг выделяется 8,9 % от общей суммы расходов и 1,1 % - на оплату услуг связи.

В 2002 году по сравнению с 2001 годом произошло снижение доли расходов учреждения на оплату труда с начислениями на 8,9 %, увеличились доля расходов на приобретение предметов снабжения и расходных материалов на 9,7 %, доля коммунальных услуг возросла на 0,8 %.

В 2003 году по сравнению с 2001 годом в структуре сметы расходов учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» произошли следующие изменения: снизилась доля расходов учреждения на оплату труда с начислениями на 15,0 %, увеличились доля расходов на приобретение предметов снабжения и расходных материалов на 9,0%, доля коммунальных услуг возросла на 5,7 %.

Таким образом на основе анализа сметы расходов учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» можно сделать вывод о преобладании расходов на оплату труда, расходов на приобретение предметов снабжения и расходных материалов, расходов на коммунальные услуги.

Внебюджетные средства главным образом образуются за счет оказания бюджетными учреждениями платных услуг. Учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» предоставляет населению широкий спектр платных услуг, среди которых основной являются операции по коррекции зрения.

В смете доходов и расходов по внебюджетным средствам основными статьями расходов являются: оплата труда гражданских служащих с начислениями, приобретение предметов снабжения и расходных материалов, расходы на командировки и служебные разъезды, оплата услуг связи и коммунальных услуг, приобретение непроизводственного оборудования и прочие.

На основании смет доходов и расходов по внебюджетным средствам произведем анализ состава и динамики государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 – 2003 гг., для чего составим таблицу 7.

В составе расходов государственного учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» по внебюджетным средствам преобладают расходы на оплату труда гражданских служащих с начислениями: 1475 тыс. руб. - в 2001 году, 2124 тыс. руб. - в 2002 году и 2216 тыс. руб. - в 2003 году. Увеличение суммы расходов на оплату труда с начислениями составило по сравнению с 2001 годом: в 2002 году - 649 тыс. руб. или 44,0 %, в 2003 году - 741 тыс. руб. или 50,2 %.

Сумма расходов на приобретение предметов снабжения и расходных материалов по внебюджетным средствам за анализируемый период обнаруживает неоднозначную тенденцию. В 2001 году на эти цели было израсходовано 865 тыс. руб., в 2002 году сумма увеличилась на 195 тыс. руб. и составила 1060 тыс. руб. В 2003 году по сравнению с 2002 годом расходы на приобретение предметов снабжения и расходных материалов снижаются и в итоге в 2003 году по сравнению с 2001 годом рост расходов на приобретение предметов снабжения и расходных материалов по внебюджетным средствам составил лишь 25 тыс. руб. или 2,9 %.

За период 2001 – 2003 гг. сумма расходов на оплату услуг связи увеличивается со 100 тыс. руб. до 200 тыс. руб., хотя в 2002 году расходы по данной статье оценивались в 50 тыс. руб.

Сумма, расходуемая на оплату коммунальных услуг за счет внебюджетных средств, также обнаруживает устойчивую тенденцию к росту: 236 тыс. руб. - в 2001 году, 256 тыс. руб. - в 2002 году и 350 тыс. руб. - в 2003 году. Увеличение суммы составило по сравнению с 2001 годом: в 2002 году - 20 тыс. руб. или 8,5 %, в 2003 году - 350 тыс. руб. или 48,3 %.

Графически динамика основных показателей сметы расходов по внебюджетным средствам учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 - 2003 гг. представлена на рис. 4.

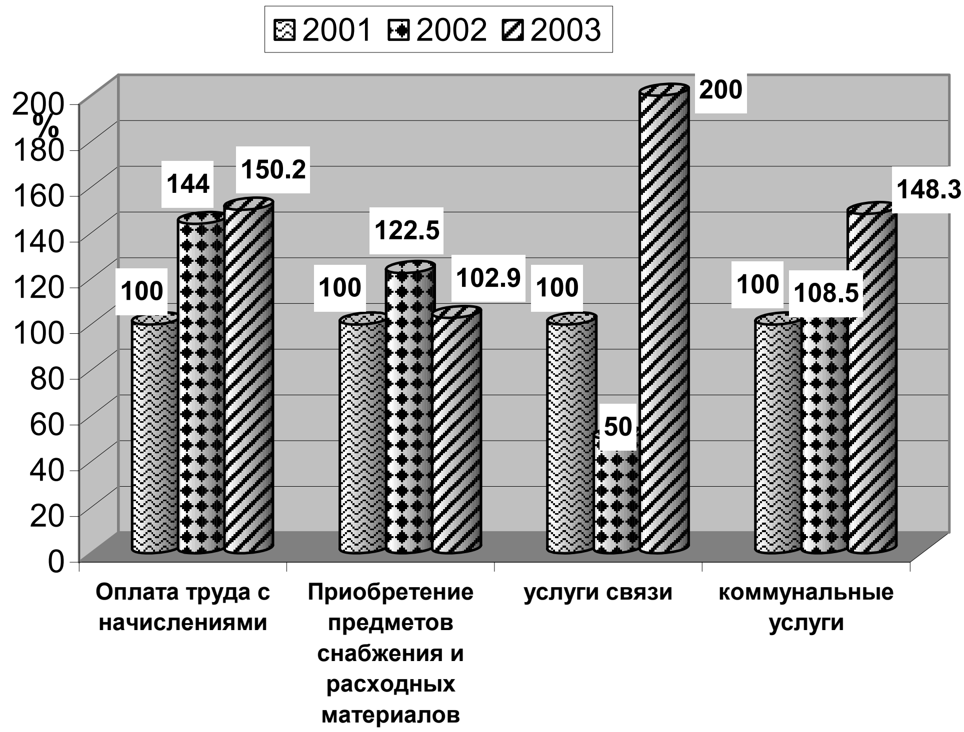


Рис. 4. Динамика основных показателей сметы расходов по внебюджетным средствам учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 - 2003 гг.

Для оценки структуры сметы расходов по внебюджетным средствам учреждения здравоохранения «Республиканская клиническая офтальмологическая больница» за 2001 – 2003 гг. составим таблицу 8.

Из данных таблицы 8 следует, что в 2001 году наибольшая доля расходов учреждения по внебюджетным средствам приходилась на оплату труда с начислениями – 50,0 %. Вторая по значимости – статья «Приобретение предметов снабжения и расходных материалов»; на её долю приходится 27,1 %. На оплату коммунальных услуг выделяется 7,4 % от общей суммы расходов и 1,1 % - на оплату услуг связи.

Таблица 8

Структуры расходов ГУЗ «Республиканская клиническая офтальмологическая больница » по внебюджетным средствам за 2001 – 2003 гг.

Показатели	Структура, %			Изменение в структуре, %	
	2001	2002	2003	2002	2003
1. Оплата труда гражданских служащих (с начислениями)	46,2	50,0	50,0	+3,8	+3,8
2. Приобретение предметов снабжения и расходных материалов	27,1	24,9	20,1	-2,2	-7,0
3. Командировки и служебные разъезды	1,9	2,4	2,3	+0,5	+0,4
4. Оплата услуг связи	3,1	1,2	4,5	-1,9	+1,4
5. Оплата коммунальных услуг	7,4	6,0	7,9	-1,4	+0,5
6. Прочие текущие расходы	11,6	13,6	8,6	+2,0	-3,0
7. Приобретение непроизводственного оборудования	2,7	1,9	6,6	-0,8	+3,9
Итого	100,0	100,0	100,0	-	-

Глава 5. Оптимальная смесь (задача о пищевом рационе).

Большой и важный класс задач линейной оптимизации составляют т. н. задачи о смесях. Такие задачи возникают при выборе способа замещения заданных ингредиентов для получения смеси с определёнными свойствами. Смесь должна содержать требуемое количество компонентов, входящих в состав исходных ингредиентов. Стоимость ингредиентов известна. Обычно требуется получить смесь с наименьшими затратами. Задачи такого типа встречаются во многих отраслях промышленности.

За неизвестные управляемые переменные в модели оптимального смешения принимаются количества или доли ингредиентов, необходимые для приготовления смеси. Простейшая (однопродуктовая) модель оптимального смешения имеет вид (необходимо составить смесь минимальной стоимости):

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n,$$

Компоненты которой удовлетворяют заданным условиям

$$a_{j1} x_1 + a_{j2} x_2 + \ldots + a_{jn} x_n \le (\text{или} \ge) b_j,\ j = 1,2,\ldots,M,$$
$$x_i \ge 0, i = 1,2,\ldots,n,$$

Где n – число ингредиентов; M – число компонентов смеси; x_i - количество i-го ингредиента, входящего в смесь, - управляемые переменные; c_i – стоимость единицы i-го ингредиента; a_{ji} – удельный вес j-го компонента в i-м ингредиенте; b_j – максимально (или минимально) допустимое количество j-го компонента в смеси; f – целевая функция, определяющая стоимость затрат.

Что касается РКОБ, то для неё задача о пищевом рационе имеет чрезвычайно важное значение.

Решение задачи о диете на примере РКОБ.

В РКОБ питается ежедневно примерно 200 человек, или 72000 человек в год. Таким образом, суммарные затраты при полной удовлетворении потребностей могут превзойти 4 млн. руб. А это свыше 40% бюджетного субсидирования больницы в год. Разумеется, если не экономить на питании, то в бюджете больницы может образоваться дыра. Но благодаря линейному программированию можно избежать такой ситуации, правильно рассчитав суточный рацион больных.

В структуре питания преобладают больные с обычным содержанием питательных веществ, но также присутствуют и дети (20%), диабетики (1%), инвалиды войны (1%). Хотя расход на продукты питания различный и зависит от состояния здоровья и от возраста, потребность в питательных веществах будем считать средней, т. к. числовая разница между больными невелика и потребность в питательных веществах тоже колеблется в малых пределах.

Для того, чтобы у больных было достаточно хорошее питание, продукты, которые предоставляет больница, должны удовлетворять определённым требованиям по питательности. Требования к питательности сформулирована в следующей таблице.

Необходимо определить дневной рацион, содержащий не менее суточной потребности человека в необходимых питательных веществах

Продукты	Питательные вещества												
	Белки	Жиры	Углев.	Ca	Mg	Fe	P	A	C	PP	B2	ЦФ	
	Граммы											Цена	
Картофель	2	0.4	17	0.01	0.02	0.001	0.06	0	0.02	0.001	0	0.4	400
Лук	1,3	0	3,5	0,1	0,02	0,001	0,03	0,002	0,03	0,0003	0,0001	0,8	10,00
Морковь	1,3	0,1	7,1	0,05	0,04	0,0007	0,05	0,009	0,005	0,001	0,00007	0,6	3,00
Свекла	1,5	0	5,3	0,04	0,04	0,001	0,04	0,00001	0,01	0,0002	0,00004	0,3	3,00
Капуста	1,8	0,1	4,7	0,05	0,02	0,0006	0,03	0	0,05	0,0007	0,00004	0,4	1,00
Мясо	20,8	8,2	0,5	0,02	0,02	0,002	0,1	0,00008	0,00007	0,008	0,00014	9,5	100
Масло сл.	0,6	82,5	0,9	0,02	0,003	0,0002	0,02	0,0004	0	0,0001	0,0001	7,5	40,00
Яблоки	0,4	0	9,8	0,02	0,009	0,0006	0,01	0,00003	0,016	0,0005	0,00002	5	1,00
Апельсины	0,9	0	8,1	0,034	0,013	0,0003	0,02	0,00005	0,06	0,0002	0,00003	3	0,00
Груши	0,4	0	9,5	0,02	0,01	0,0005	0,02	0,00001	0,005	0,0001	0,0001	4	0,00
Молоко	2,8	3,2	4,7	0,1	0,014	0,0001	0,09	0,00002	0,001	0,0001	0,00013	1	300,0
Яйцо	12,7	11,5	0,7	0,055	0,012	0,003	0,22	0,00006	0	0,0002	0,0004	3	0,10
Масло р.	0	99,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,2	5,00
Маргарин	0,3	82,3	1	0,012	0,001	0	0,01	0,00002	0,0001	0,00002	0,00001	5	0,00
Сахар	0	0	99,8	0,002	0	0,0003	0		0	0	0	1,9	70,00
Мука	10,6	1,2	68,8	0,03	0,04	0,002	0,1	0,00001	0	0,002	0,00008	1,2	25,00
Крупа	14	12	66	0.03	0.08	0.007	0.2	0	0	0.002	0.04	1	50,00
Макароны	10,7	1,3	69	0,02	0,04	0,002	0,1	0	0	0,002	0,0001	1,4	100,0
Рыба	21	7	0	0,05	0,04	0,003	0,2	0,00003	0	0,002	0,0001	6	100,0
Хлеб	7,6	0,9	49,7	0,03	0,04	0,002	0,03	0	0	0,002	0,00008	1	200,0
Зелень	1,5	0	1,7	0,07	0,04	0,0006	0,03	0,002	0,02	0,0007	0,00008	1	400,0
Чай	20	0	4	0,5	0,4	0,4	0,8	0,00005	0,01	0,008	0,001	4	100
Сыр	26,8	27,3	0	1	0,06	0,001	0,54	0,0002	0,003	0,0004	0,0004	1,5	1,00
Нормы (суточные)	85,00	102,00	382,00	0.8	0.4	0.014	1,20	0.001	0.07	0.02	0.002		

Решение. Пользуясь изложенными методами, получим следующую экономико-математическую модель задачи.

Находим оптимальное количество закупаемых продуктов питания – вектор $\overline{X} = (x_1, x_2, \ldots, x_{23})$, удовлетворяющие системе линейных ограничений, связанных с суточной нормой потребления:

$$
\begin{cases}
2 \cdot x_1 + 1.3 \cdot x_2 + 1.3 \cdot x_3 + 1.5 x_4 + 1.8 \cdot x_5 + 20.8 \cdot x_6 + 0.6 \cdot x_7 + 0.4 \cdot x_8 + 0.9 \cdot x_9 + 0.4 \cdot x_{10} + \\
2.8 \cdot x_{11} + 12.7 \cdot x_{12} + 0.3 \cdot x_{14} + 10.6 \cdot x_{16} + 14 \cdot x_{17} + 10.7 \cdot x_{18} + 21 \cdot x_{19} + 7.6 \cdot x_{20} + 1.5 \cdot x_{21} + \\
20 \cdot x_{22} + 26.8 \cdot x_{23} \geq 85.00, \\
0.4 \cdot x_1 + 0.1 \cdot x_3 + 0.1 \cdot x_5 + 8.2 \cdot x_6 + 82.5 \cdot x_7 + 3.2 \cdot x_{11} + 11.5 \cdot x_{12} + 99.9 \cdot x_{13} + 82.3 \cdot x_{14} + \\
+1.2 \cdot x_{16} + 12 \cdot x_{17} + 1.3 \cdot x_{18} + 7 \cdot x_{19} + 0.9 \cdot x_{20} + 27.3 \cdot x_{23} \geq 102.00 \\
17 \cdot x_1 + 3.5 \cdot x_2 + 7.1 \cdot x_3 + 5.3 \cdot x_4 + 4.7 \cdot x_5 + 0.5 \cdot x_6 + 0.9 \cdot x_7 + 9.8 \cdot x_8 + 8.1 \cdot x_9 + 9.5 \cdot x_{10} + \\
+4.7 \cdot x_{11} + 0.7 \cdot x_{12} + x_{14} + 99.8 \cdot x_{15} + 68.8 \cdot x_{16} + 66 \cdot x_{17} + 69 \cdot x_{18} + 49.7 \cdot x_{20} + 1.7 \cdot x_{21} + \\
+4 \cdot x_{22} \geq 382.00, \\
0.01 \cdot x_1 + 0.1 \cdot x_2 + 0.05 \cdot x_3 + 0.04 \cdot x_4 + 0.05 \cdot x_5 + 0.02 \cdot x_6 + 0.02 \cdot x_7 + 0.02 \cdot x_8 + 0.034 \cdot x_9 + \\
+0.02 \cdot x_{10} + 0.1 \cdot x_{11} + 0.055 \cdot x_{12} + 0.012 \cdot x_{14} + 0.002 \cdot x_{15} + 0.03 \cdot x_{16} + 0.03 \cdot x_{17} + 0.02 \cdot x_{18} + \\
+0.05 \cdot x_{19} + 0.03 \cdot x_{20} + 0.07 \cdot x_{21} + 0.5 \cdot x_{22} + x_{23} \geq 0.8, \\
0.02 \cdot x_1 + 0.02 \cdot x_2 + 0.04 \cdot x_3 + 0.04 \cdot x_4 + 0.02 \cdot x_5 + 0.02 \cdot x_6 + 0.003 \cdot x_7 + 0.009 \cdot x_8 + 0.013 \cdot x_9 + \\
+0.01 \cdot x_{10} + 0.014 \cdot x_{11} + 0.012 \cdot x_{12} + 0.001 \cdot x_{14} + 0.04 \cdot x_{16} + 0.08 \cdot x_{17} + 0.04 \cdot x_{18} + 0.04 \cdot x_{19} + \\
+0.04 \cdot x_{20} + 0.04 \cdot x_{21} + 0.4 \cdot x_{22} + 0.06 \cdot x_{23} \geq 0.4, \\
0.001 \cdot x_1 + 0.001 \cdot x_2 + 0.0007 \cdot x_3 + 0.001 \cdot x_4 + 0.0006 \cdot x_5 + 0.002 \cdot x_6 + 0.0002 \cdot x_7 + 0.0006 \cdot x_8 + \\
+0.0003 \cdot x_9 + 0.0005 \cdot x_{10} + 0.0001 \cdot x_{11} + 0.003 \cdot x_{12} + 0.0003 \cdot x_{15} + 0.002 \cdot x_{16} + 0.007 \cdot x_{17} + \\
+0.002 \cdot x_{18} + 0.003 \cdot x_{19} + 0.002 \cdot x_{20} + 0.0006 \cdot x_{21} + 0.4 \cdot x_{22} + 0.001 \cdot x_{23} \geq 0.014, \\
0.06 \cdot x_1 + 0.03 \cdot x_2 + 0.05 \cdot x_3 + 0.04 \cdot x_4 + 0.03 \cdot x_5 + 0.1 \cdot x_6 + 0.02 \cdot x_7 + 0.01 \cdot x_8 + 0.02 \cdot x_9 + \\
+0.02 \cdot x_{10} + 0.09 \cdot x_{11} + 0.22 \cdot x_{12} + 0.01 \cdot x_{14} + 0.1 \cdot x_{16} + 0.2 \cdot x_{17} + 0.1 \cdot x_{18} + 0.2 \cdot x_{19} + 0.03 \cdot x_{20} + \\
+0.8 \cdot x_{22} + 0.54 \cdot x_{23} \geq 1.20, \\
0.002 \cdot x_2 + 0.009 \cdot x_3 + 0.00001 \cdot x_4 + 0.00008 \cdot x_6 + 0.0004 \cdot x_7 + 0.00003 \cdot x_8 + 0.00005 \cdot x_9 + \\
+0.00001 \cdot x_{10} + 0.00002 \cdot x_{11} + 0.00006 \cdot x_{12} + 0.00002 \cdot x_{14} + 0.00001 \cdot x_{16} + 0.00003 \cdot x_{19} + \\
+0.002 \cdot x_{21} + 0.00005 \cdot x_{22} + 0.0002 \cdot x_{23} \leq 0.001, \\
0.02 \cdot x_1 + 0.03 \cdot x_2 + 0.005 \cdot x_3 + 0.01 \cdot x_4 + 0.05 \cdot x_5 + 0.00007 \cdot x_6 + 0.016 \cdot x_8 + 0.06 \cdot x_9 + \\
+0.005 \cdot x_{10} + 0.001 \cdot x_{11} + 0.0001 \cdot x_{14} + 0.02 \cdot x_{21} + 0.01 \cdot x_{22} + 0.003 \cdot x_{23} \geq 0.07, \\
0.001 \cdot x_1 + 0.0003 \cdot x_2 + 0.001 \cdot x_3 + 0.0002 \cdot x_4 + 0.0007 \cdot x_5 + 0.008 \cdot x_6 + 0.0001 \cdot x_7 + \\
+0.0005 \cdot x_8 + 0.0002 \cdot x_9 + 0.0001 \cdot x_{10} + 0.0001 \cdot x_{11} + 0.0002 \cdot x_{12} + 0.00002 \cdot x_{14} + 0.002 \cdot x_{16} + \\
+0.002 \cdot x_{17} + 0.002 \cdot x_{18} + 0.002 \cdot x_{19} + 0.002 \cdot x_{20} + 0.0007 \cdot x_{21} + 0.008 \cdot x_{22} + 0.0004 \cdot x_{23} \geq 0.02, \\
0.0001 \cdot x_2 + 0.00007 \cdot x_3 + 0.00004 \cdot x_4 + 0.00004 \cdot x_5 + 0.00014 \cdot x_6 + 0.0001 \cdot x_7 + 0.00002 \cdot x_8 + \\
+0.00003 \cdot x_9 + 0.0001 \cdot x_{10} + 0.00013 \cdot x_{11} + 0.0004 \cdot x_{12} + 0.00001 \cdot x_{14} + 0.00008 \cdot x_{16} + \\
+0.04 \cdot x_{17} + 0.0001 \cdot x_{18} + 0.0001 \cdot x_{19} + 0.00008 \cdot x_{20} + 0.00008 \cdot x_{21} + 0.001 \cdot x_{22} + \\
+0.0004 \cdot x_{23} \geq 0.002.
\end{cases}
$$

И обеспечение минимум затрат на покупку продуктов питания:

$$F(\overline{X}) = 0.4 \cdot x_1 + 0.8 \cdot x_2 + 0.6 \cdot x_3 + 0.3 \cdot x_4 + 0.4 \cdot x_5 + 9.5 \cdot x_6 + 7.5 \cdot x_7 + 5 \cdot x_8 + 3 \cdot x_9 +$$
$$+4 \cdot x_{10} + x_{11} + 3 \cdot x_{12} + 2.2 \cdot x_{13} + 5 \cdot x_{14} + 1.9 \cdot x_{15} + 1.2 \cdot x_{16} + x_{17} + 1.4 \cdot x_{18} + 6 \cdot x_{19} + x_{20} +$$
$$+10 \cdot x_{21} + 40 \cdot x_{22} + 15 \cdot x_{23} \to \min.$$

В качестве коэффициентов целевой функции выступают цены на продукты питания. Поскольку данная задача хорошо решается с помощью Ms Excel, то и подготовку всей входной информации для построения ЭММ целесообразно осуществлять также с использованием этого процессора. Это облегчает не только расчеты технико-экономических коэффициентов и других данных, но и дает в дальнейшем возможность автоматического обновления информации в экономико-математической модели.

M4 | fx | =4/10

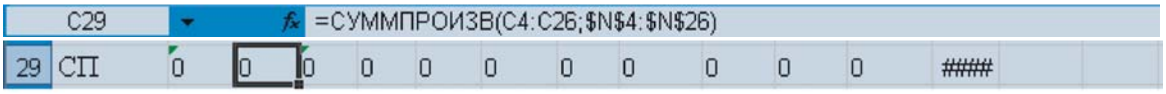
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Продукты	Питательные вещества													
2		Белки	Жиры	Углев.	Ca	Mg	Fe	P	A	C	PP	B2	ЦФ		
3		Граммы											Цена		
4	Картофель	2	0.4	17	0.01	0.02	0.001	0.06	0	0.02	0.001	0	0,4		400,00
5	Лук	1,3	0	3,5	0,1	0,02	0,001	0,03	0,002	0,03	0,0003	0,0001	0,8		10,00
6	Морковь	1,3	0,1	7,1	0,05	0,04	0,0007	0,05	0,009	0,005	0,001	0,00007	0,6		50,00
7	Свекла	1,5	0	5,3	0,04	0,04	0,001	0,04	0,00001	0,01	0,0002	0,00004	0,3		50,00
8	Капуста	1,8	0,1	4,7	0,05	0,02	0,0006	0,03	0	0,05	0,0007	0,00004	0,4		100,00
9	Мясо	20,8	8,2	0,5	0,02	0,02	0,002	0,1	0,00008	7E-05	0,008	0,00014	9,5		90,00
10	Масло сл.	0,6	82,5	0,9	0,02	0,003	0,0002	0,02	0,0004	0	0,0001	0,0001	7,5		10,00
11	Яблоки	0,4	0	9,8	0,02	0,009	0,0006	0,01	0,00003	0,016	0,0005	0,00002	5		20,00
12	Апельсины	0,9	0	8,1	0,034	0,013	0,0003	0,02	0,00005	0,06	0,0002	0,00003	3		0,00
13	Груши	0,4	0	9,5	0,02	0,01	0,0005	0,016	0,00001	0,005	0,0001	0,0001	4		0,00
14	Молоко	2,8	3,2	4,7	0,1	0,014	0,0001	0,09	0,00002	0,001	0,0001	0,00013	1		350,00
15	Яйцо	12,7	11,5	0,7	0,055	0,012	0,003	0,22	0,00006	0	0,0002	0,0004	3		0,10
16	Масло р.	0	99,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,2		5,00
17	Маргарин	0,3	82,3	1	0,012	0,001	0	0,008	0,00002	0,0001	2E-05	0,00001	5		3,00
18	Сахар	0	0	99,8	0,002	0	0,0003	0	0	0	0	0	1,9		60,00
19	Мука	10,6	1,2	68,8	0,03	0,04	0,002	0,1	0,00001	0	0,002	0,00008	1,224		25,00
20	Крупа	14	12	66	0.03	0.08	0.007	0.2	0	0	0.002	0.04	1,007		50,00
21	Макароны	10,7	1,3	69	0,02	0,04	0,002	0,1	0	0	0,002	0,0001	1,426		100,00
22	Рыба	21	7	0	0,05	0,04	0,003	0,2	0,00003	0	0,002	0,0001	6		100,00
23	Хлеб	7,6	0,9	49,7	0,03	0,04	0,002	0,03	0	0	0,002	0,00008	1		200,00
24	Зелень	1,5	0	1,7	0,07	0,04	0,0006	0,03	0,002	0,02	0,0007	0,00008	10		40,00
25	Чай	20	0	4	0,5	0,4	0,4	0,8	0,00005	0,01	0,008	0,001	40		1,00
26	Сыр	26,8	27,3	0	1	0,06	0,001	0,54	0,0002	0,003	0,0004	0,0004	15		1,00
27	Нормы (суточные)	100,00	85,00	#####	0.8	0.4	0.014	1,20	0.001	0.08	0.02	0.002			

Так как при расчёте питательных веществ в продуктах мы берём 100 г продукта, то цену, заданную при 1 кг продукта мы делим на 10.

Для искомых величин переменных $x_1, x_2, \ldots, x_{23}$ нами были оставлены пустые ячейки – соответственно $N4, N5, \ldots, N26$. Изначально пустые ячейки программа MS

Excel воспринимает как ячейки, значение которых равно нулю. Строка 29, названный нами «**СП (Сумма произведений)**», предназначен для определения суммы произведений значений искомых неизвестных (Столбец N) и технико-экономических коэффициентов по соответствующим ограничениям (Столбцы B-L) и целевой функции (Столбец М). Таким образом, в строке 29 определяется:

- количество содержащихся веществ в 100 г продукта (B – белки, C – жиры, D – углеводы и т. Д.);
- цена на продукты (М);
- количество необходимых продуктов (N).



Здесь показано, как в ячейке С29 реализуется запись суммы произведений значений переменных (количества содержащихся жиров в продуктах питания) на соответствующий эффект с потребления 100 г продукта (столбец N) с помощью функции MS Excel «**СУММПРОИЗВ**». Так как при написании данной формулы использованы абсолютные адресации на ячейки от N4 до N26, эта формула может быть скопирована в другие ячейки от C29 до M29 и в B29.

Таким образом, построен опорный план и получено первое допустимое решение. Значения неизвестных $x_1, x_2, \ldots, x_{23}$ равны нулю (ячейки $N4, N5, \ldots, N26$ **-** пустые ячейки), ячейки строки 29 «Сумма произведений» по всем ограничениям (столбцам B-M) и целевом столбце (столбец N) также имеют нулевые значения.

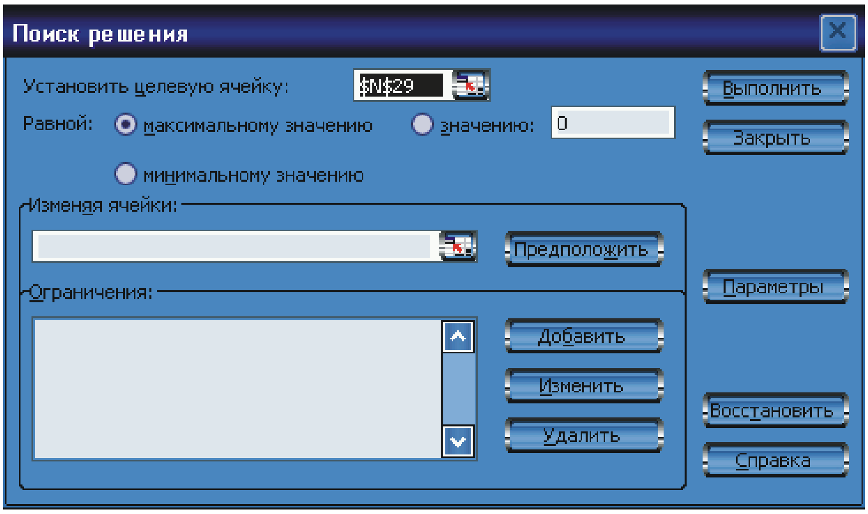
Экономическая интерпретация любой подобной задачи для первого опорного плана звучит следующим образом: в хозяйстве имеются ресурсы, рассчитаны все технико-экономические коэффициенты, но процесс производства еще не начат; ресурсы не использовались, и, соответственно, прибыли нет.

В данном случае экономическая интерпретация первого опорного плана звучит следующим образом: больница имеет достаточно средств на закупку продовольствия, но процесс закупки и поставки пока не начат, следовательно, эффекта от потребления ещё нет.

Для оптимизации имеющегося плана воспользуемся инструментом **Поиск решения,** который находится в меню **Сервис**. Если нет такой команды в меню **Сер-**

вис, необходимо в пункте **Надстройка** поставить галочку напротив **Поиск решения**. После этого данная процедура станет доступной в меню **Сервис**.

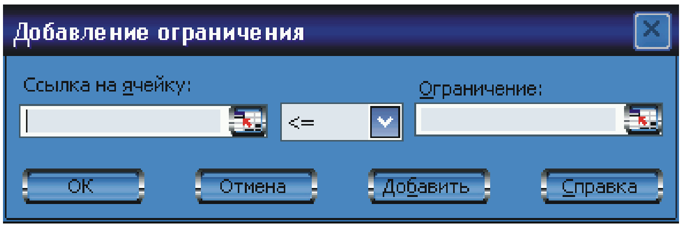
После выбора данной команды появится диалоговое окно:



Поскольку в качестве критерия оптимизации нами выбрана максимизация прибыли, в поле **Установить целевую ячейку** введите ссылку на ячейку, содержащую формулу расчета прибыли. В нашем случае это ячейка **$N$29**. Чтобы задействовать все ресурсы (в данном случае 40 р.) установим значение конечной ячейки путем изменения значений влияющих ячеек (влияющими, в данном случае это и изменяемые ячейки, являются ячейки, которые предназначены для хранения значений искомых неизвестных), переключатель установим в положение равной **значению 40**;

В поле **Изменяя ячейки** введите ссылки на изменяемые ячейки, разделяя их запятыми; либо, если ячейки находятся рядом, указывая первую и последнюю ячейку, разделяя их двоеточием (**$N$4:$N$26**).

В поле Ограничения вводим все ограничения, которые нам закладывает задача. В разделе **Ограничения** диалогового окна **Поиск решения** нажмите кнопку **Добавить**. Появится следующее диалоговое окно:



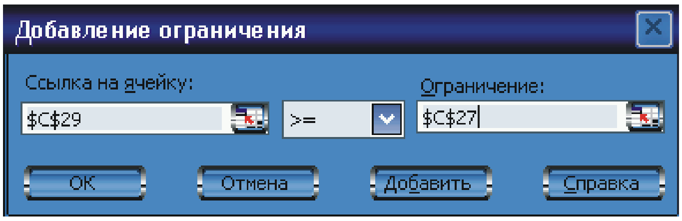
В поле **Ссылка на ячейку** введите адрес ячейки, на значение которой накладываются ограничения. В нашем случае, это ячейка **$B$29**, где находится формула расчета используемой пашни в текущем плане.

Выберите из раскрывающегося списка условный оператор =>, который должен располагаться между ссылкой и ограничением.

В поле **Ограничение** введите ссылку на ячейку, в которой находится значение наличия площади пашни в хозяйстве, либо ссылка на это значение. В нашем случае, это ячейка **$B$27**

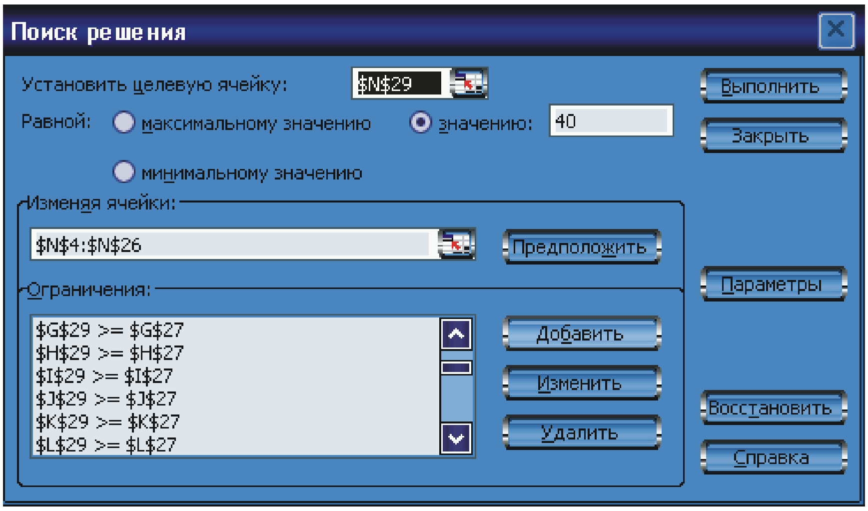
Аналогично устанавливаем ограничения для всей строки 27.

В результате диалоговое окно в случае с ячейкой C27 примет следующий вид:



Чтобы принять ограничение и приступить к вводу нового, нажмите кнопку **Добавить**. Аналогично вводятся и другие ограничения. Чтобы вернуться в диалоговое окно **Поиск решения**, нажмите кнопку **ОК**.

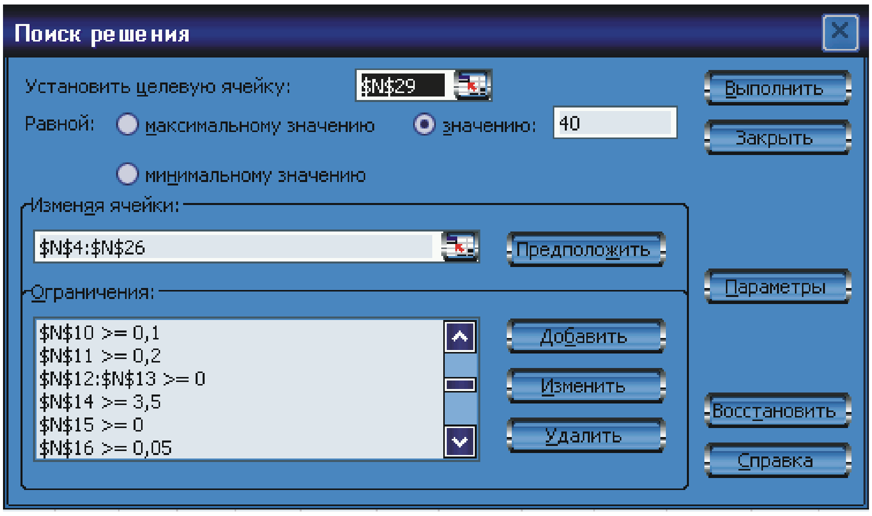
После выполнения вышеперечисленных инструкций диалоговое окно **Поиск решения** будет иметь следующий вид



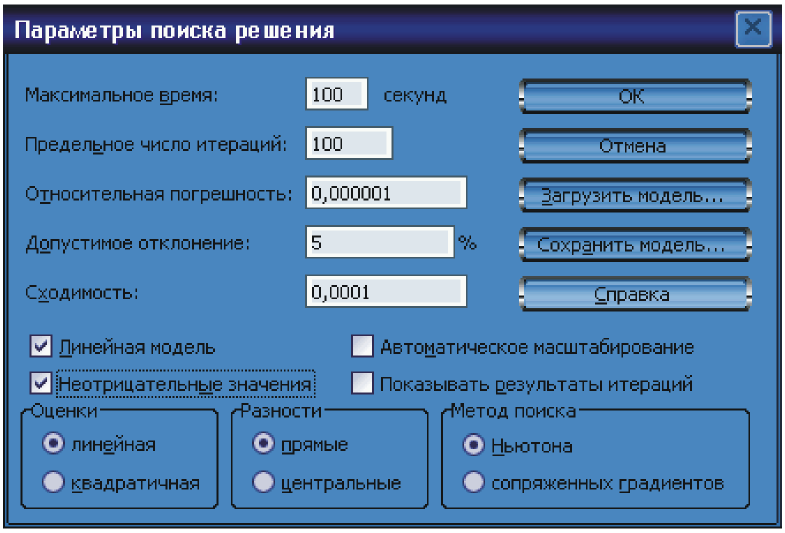
Для изменения и удаления ограничений в списке **Ограничения** диалогового окна **Поиск решения** укажите ограничение, которое требуется изменить или удалить. Выберите команду **Изменить** и внесите изменения либо нажмите кнопку **Удалить**.

Для ячейки M29 устанавливаем значение =40.

Подобным же образом устанавливаем ограничения для столбца N:

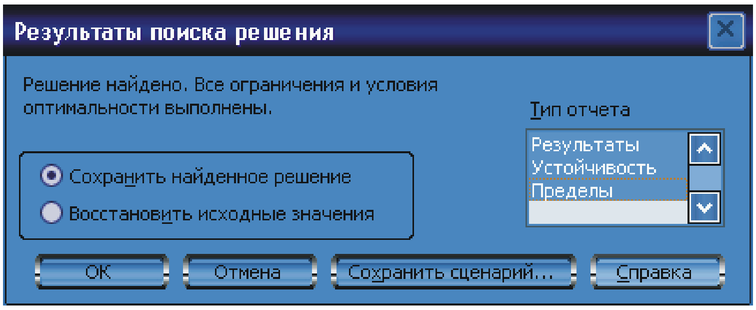


Флажок **Линейная модель** в диалоговом окне **Параметры Поиска решения** позволяет задать любое количество ограничений. Флажок **Неотрицательные значения** позволит соблюсти условие неотрицательности переменных (при решении нашей задачи – поставить обязательно). Остальные параметры можно оставить без изменений, либо установить нужные для вас параметры, при необходимости используя справку.

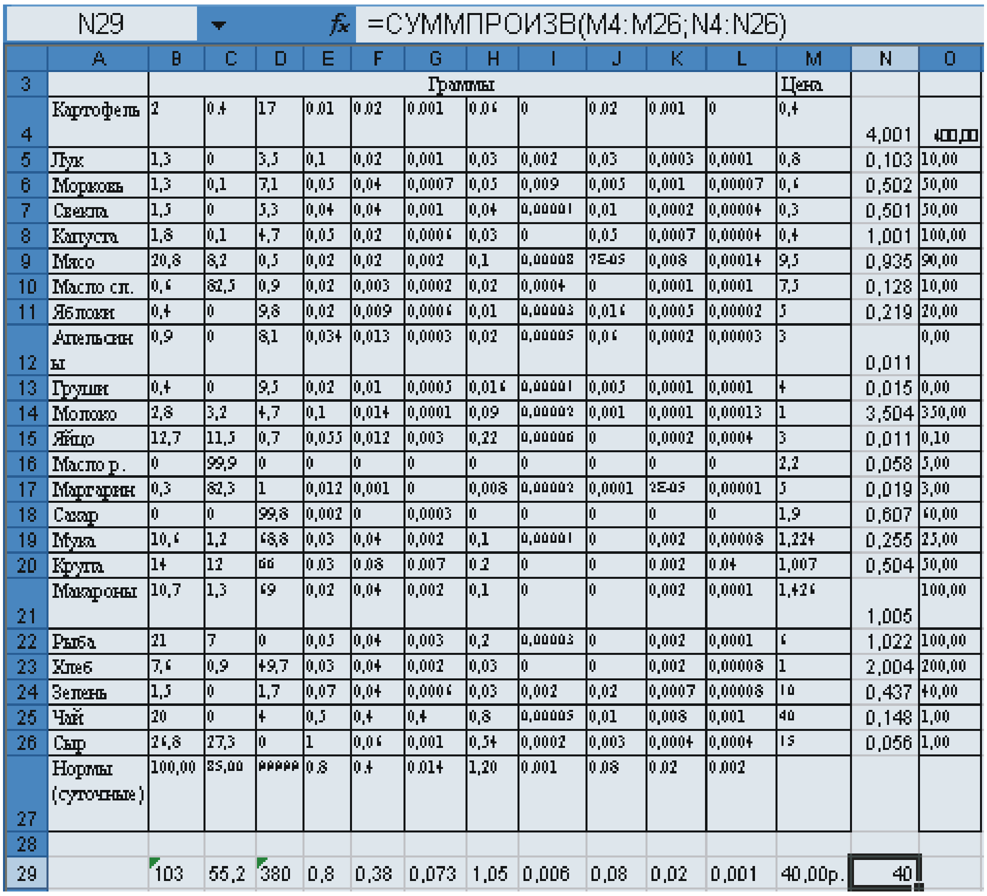


Для запуска задачи на решение нажмите кнопку **Выполнить** и выполните одно из следующих действий:

- чтобы сохранить найденное решение на листе, выберите в диалоговом окне **Результаты поиска** решения вариант **Сохранить найденное решение**;
- чтобы восстановить исходные данные, выберите вариант **Восстановить исходные значения**.



Лист Microsoft Excel будет пересчитан с учетом найденных значений влияющих ячеек. В результате решения и сохранения результатов поиска на листе модель примет следующий вид

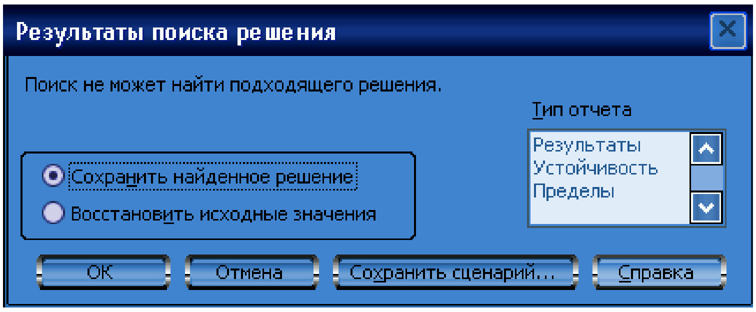


N29 =СУММПРОИЗВ(M4:M26;N4:N26)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
3		Граммы											Цена		
4	Картофель	2	0.4	17	0.01	0.02	0.001	0.06	0	0.02	0.001	0	0,4	4,001	400,00
5	Лук	1,3	0	3,5	0,1	0,02	0,001	0,03	0,002	0,03	0,0003	0,0001	0,8	0,103	10,00
6	Морковь	1,3	0,1	7,1	0,05	0,04	0,0007	0,05	0,009	0,005	0,001	0,00007	0,6	0,502	50,00
7	Свекла	1,5	0	5,3	0,04	0,04	0,001	0,04	0,00001	0,01	0,0002	0,00004	0,3	0,501	50,00
8	Капуста	1,8	0,1	4,7	0,05	0,02	0,0006	0,03	0	0,05	0,0007	0,00004	0,4	1,001	100,00
9	Мясо	20,8	8,2	0,5	0,02	0,02	0,002	0,1	0,00008	7E-05	0,008	0,00014	9,5	0,935	90,00
10	Масло сл.	0,6	82,5	0,9	0,02	0,003	0,0002	0,02	0,0004	0	0,0001	0,0001	7,5	0,128	10,00
11	Яблоки	0,4	0	9,8	0,02	0,009	0,0006	0,01	0,00003	0,016	0,0005	0,00002	5	0,219	20,00
12	Апельсины	0,9	0	8,1	0,034	0,013	0,0003	0,02	0,00005	0,06	0,0002	0,00003	3	0,011	0,00
13	Груши	0,4	0	9,5	0,02	0,01	0,0005	0,016	0,00001	0,005	0,0001	0,0001	4	0,015	0,00
14	Молоко	2,8	3,2	4,7	0,1	0,014	0,0001	0,09	0,00002	0,001	0,0001	0,00013	1	3,504	350,00
15	Яйцо	12,7	11,5	0,7	0,055	0,012	0,003	0,22	0,00006	0	0,0002	0,0004	3	0,011	0,10
16	Масло р.	0	99,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,2	0,058	5,00
17	Маргарин	0,3	82,3	1	0,012	0,001	0	0,008	0,00002	0,0001	2E-05	0,00001	5	0,019	3,00
18	Сахар	0	0	99,8	0,002	0	0,0003	0	0	0	0	0	1,9	0,607	60,00
19	Мука	10,6	1,2	68,8	0,03	0,04	0,002	0,1	0,00001	0	0,002	0,00008	1,224	0,255	25,00
20	Крупа	14	12	66	0.03	0.08	0.007	0.2	0	0	0.002	0.04	1,007	0,504	50,00
21	Макароны	10,7	1,3	69	0,02	0,04	0,002	0,1	0	0	0,002	0,0001	1,426	1,005	100,00
22	Рыба	21	7	0	0,05	0,04	0,003	0,2	0,00003	0	0,002	0,0001	6	1,022	100,00
23	Хлеб	7,6	0,9	49,7	0,03	0,04	0,002	0,03	0	0	0,002	0,00008	1	2,004	200,00
24	Зелень	1,5	0	1,7	0,07	0,04	0,0006	0,03	0,002	0,02	0,0007	0,00008	10	0,437	40,00
25	Чай	20	0	4	0,5	0,4	0,4	0,8	0,00005	0,01	0,008	0,001	40	0,148	1,00
26	Сыр	26,8	27,3	0	1	0,06	0,001	0,54	0,0002	0,003	0,0004	0,0004	15	0,056	1,00
27	Нормы (суточные)	100,00	85,00	#####	0.8	0.4	0.014	1,20	0.001	0.08	0.02	0.002			
28															
29		103	55,2	380	0,8	0,38	0,073	1,05	0,006	0,08	0,02	0,001	40,00р.	40	

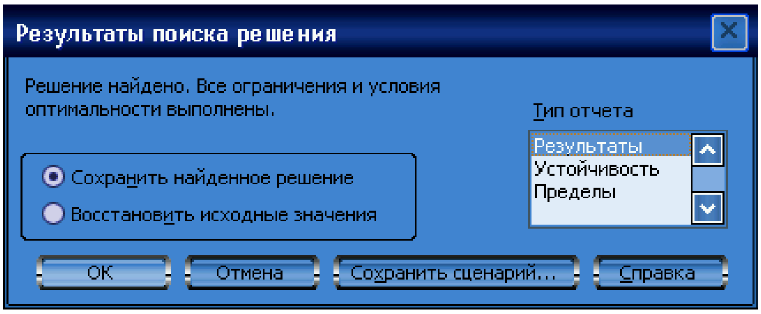
В ячейках N4-N26 получены значения искомых неизвестных (величина оптимальной закупки равна: картофеля – 400 г, моркови – 10 г, свеклы – 50 г и т. Д.), в строке 29 определены величины питательных веществ от употребления данного вида продуктов. При всех этих значениях затраты равны 40 р на одного человека. (ячейка N29).

В случае если в результате поиска не было найдено решение, удовлетворяющее заданным условиям, в диалоговом окне **Результаты поиска решения** появится соответствующее сообщение



Одной из наиболее часто встречающихся причин невозможности найти оптимальное решение является такая ситуация, когда в результате решения задачи выясняется, что имеются ограничения, которые не выполняются. Сохранив найденное решение на листе, требуется построчно сравнить полученные значения столбцов «Сумма произведений» и «Объем ограничений» и проверить, удовлетворяет ли отношение между ними ограничению, стоящему в столбце «Тип ограничений». Найдя, таким образом, невыполняемые ограничения необходимо найти и ликвидировать причины, обуславливающие невозможность соблюдения данного конкретного условия (это может быть, например, слишком большие или, наоборот, очень маленькие запланированные объемы ограничений и т.п.).

Для удобства восприятия решения можно составить отчёт по проделанной работе. Для этого в диалоговом окне результата поиска решения выделяем нужный нам отчёт и нажимаем ОК.



Затем на новом листе должен появиться следующий отчёт:

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: [Решения.xls]Лист4
Отчет создан: 22.01.2005 10:18:20

Целевая ячейка (Значение)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$N$29		40,000001	40,000001

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$N$4	0,001	4,001482763	4,001482763
$N$5	Лук	0,102965526	0,102965526
$N$6	Морковь	0,502224144	0,502224144
$N$7	Свекла	0,501112072	0,501112072
$N$8	Капуста	1,001482763	1,001482763
$N$9	Мясо	0,93521561	0,93521561
$N$10	Масло сл.	0,127801797	0,127801797
$N$11	Яблоки	0,218534531	0,218534531
$N$12	Апельсины	0,011120736	0,011120736
$N$13	Груши	0,014827648	0,014827648
$N$14	Молоко	3,503706906	3,503706906

Лист3 | Лист2 | Лист6 | **Отчет по результатам 1** | Лист4

Глава 6. Определение оптимальной закупки лекарств в РКОБ.

РКОБ закупает 3 вида лекарств для лечения травм и конъюнктивита: левомецитин 0,25% 5мл (в дальнейшем А), тобрекс 5мл (В), ципролет 0,3% 5 мл (С). Стоимость лекарства А – 15, В – 193, С – 42.

Больница готова тратить на покупку такого вида лекарств 10000 рублей. Кроме того, больница готова закупать лекарство вида А по крайней мере в 2 раза больше, чем С, и в 3 раза больше, чем В.

Исследования показывают, что эффект от употребления лекарства В в 2 раза выше, чем у С и в 9 раз выше, чем у А.

Задача заключается в правильном распределении финансовых средств больницы на закупку лекарств.

<u>Математическое описание.</u>

x_1 – средства, потраченные на А.

x_2 – средства, потраченные на В.

x_3 – средства, потраченные на С

Z - искомая целевая функция, отражающая максимальный эффект от 2-ух видов лекарств.

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, Z \geq 0;$

$F = 0.11 \cdot x_1 + x_2 + 0.5 \cdot x_3 \to \max;$

$15 \cdot x_1 + 190 \cdot x_2 + 50 \cdot x_3 \leq 10000;$

$x_1 - 2x_3 \geq 0;$

$x_1 - 3 \cdot x_2 \geq 0.$

Использование графического способа удобно только при решении задач ЛП с двумя переменными. При большем числе переменных необходимо применение алгебраического аппарата. В данной главе рассматривается общий метод решения задач ЛП, называемый симплекс-методом.

Информация, которую можно получить с помощью симплекс-метода, не ограничивается лишь оптимальными значениями переменных. Симплекс-метод фактически позволяет дать экономическую интерепритацию полученного решения и провести анализ модели на чувствительность.

Процесс решения задачи линейного программирования носит итерационный характер: однотипные вычислительные процедуры в определенной последовательности повторяются до тех пор, пока не будет получено оптимальное решение. Процедуры, реализуемые в рамках симплекс-метода, требуют применения вычислительных машин - мощного средства решения задач линейного программирования.

Симлекс-метод - это характерный пример итерационных вычислений, используемых при решении большинства оптимизационных задач. В данной главе рассматриваются итерационные процедуры такого рода, обеспечивающие решение задач с помощью моделей исследования операций.

Правая и левая части ограничений линейной модели могут быть связаны знаками <=, = и =>. Кроме того, переменные, фигурирующие в задачах ЛП, могут быть неотрицательными или не иметь ограничения в знаке. Для построения общего метода решения задач ЛП соответствующие модели должны быть представлены в некоторой форме, которую назовем стандатрной формой линейных оптимизационных моделей. При стандартной форме линейной модели

1. Все ограничения записываются в виде равенств с неотрицательной правой частью;
2. Значения всех переменных модели неотрицательны;
3. Целевая функция подлежит максимизации или минимизации.

Покажем, каким образом любую линейную модель можно привести к стандартной.

Ограничения

1. Исходное ограничение, записанное в виде неравенства типа <= (=>), можно представить в виде равенства, прибавляя остаточную переменную к левой части ограничения (вычитая избыточную переменную из левой части).

Например, в левую часть исходного ограничения

$$15 \cdot x_1 + 190 \cdot x_2 + 50 \cdot x_3 \le 10000$$

вводится остаточная переменная $S_1 \geq 0$, в результате чего исходное неравенство обращается в равенство

$$15 \cdot x_1 + 190 \cdot x_2 + 50 \cdot x_3 + S_1 = 10000, S_1 \geq 0$$

Если исходное ограничение определяет расход некоторого ресурса, переменную S_1 следует интерпретировать как остаток, или неиспользованную часть, данного ресурса.

Рассмотрим исходные ограничения другого типа:

$$x_1 - 2x_3 \geq 0;$$
$$x_1 - 3x_2 \geq 0.$$

Так как левые части этих ограничений не может быть меньше правой, для обращения исходных неравенств в равенство вычтем из его левой части избыточную переменную $S_2 > 0$. В результате получим

$$x_1 - 2x_3 - S_2 = 0, S_2 \geq 0;$$
$$x_1 - 3x_2 - S_3 = 0, S_3 \geq 0.$$

Переменные

Любую переменную Y_i, не имеющую ограничение в знаке, можно представить как разность двух неотрицательных переменных:

$$Y_i = Y_i' - Y_i'', где\ Y_i', Y_i'' \geq 0$$

Такую подстановку следует использовать во всех ограничениях, которые содержат исходную переменную Y_i, а также в выражении для целевой функции.

Обычно находят решение задачи ЛП, в котором фигурируют переменные Y_i' и Y_i'', а затем с помощью обратной подстановки определяют величину Y_i. Важная особенность переменных Y_i' и Y_i'' состоит в том, что при любом допустимом решении только одна из этих переменных может принимать положительное значение, т.е. если $Y_i' \succ 0$, то $Y_i'' = 0$, и наоборот. Это позволяет рассматривать Y_i' как остаточную переменную, а Y_i'' - как избыточную переменную, причем лишь одна из этих переменных может принимать положительное значение.

Таким образом, наши уравнения будут иметь следующий вид:

$$x_1 - 2x_3 - x_5 + y_1 = 0;$$
$$x_1 - 3x_2 - x_6 + y_2 = 0.$$

Целевая функция

Целевая функция линейной оптимизационной модели, представлена в стандартной форме, может подлежать как максимизации, так и минимизации. В некоторых случаях оказывается полезным изменить исходную целевую функцию.

Эквивалентность означает, что при одной и той же совокупности ограничений оптимальные значения X_1, X_2, в обоих случаях будут одинаковы. Отличие заключается только в том, что при одинаковых числовых значениях целевых функций их знаки будут противоположны.

Симплекс-метод.

В вычислительной схеме симплекс-метода реализуется упорядоченный процесс, при котором, начиная с некоторой исходной допустимой угловой точки (обычно начало координат), осуществляются последовательные переходы от одной допустимой экстремальной точки к другой до тех пор, пока не будет найдена точка, соответствующая оптимальному решению.

Общую идею симплекс-метода можно проиллюстрировать на примере модели, построенной для нашей задачи. Пространство решений этой задачи представим на рис. 1. Исходной точкой алгоритма является начало координат (точка А на рис. 1). Решение, соответствующее этой точке, обычно называют начальным решением. От исходной точки осуществляется переход к некоторой смежной угловой точке.

Выбор каждой последующей экстремальной точки при использовании симплекс-метода определяется следующими двумя правилами.

1. Каждая последующая угловая точка должна быть смежной с предыдущей. Этот переход осуществляется по границам (ребрам) пространства решений.
2. Обратный переход к предшествующей экстремальной точке не может производиться.

Таким образом, отыскание оптимального решения начинается с некоторой допустимой угловой точки, и все переходы осуществляются только к смежным точкам, причем перед новым переходом каждая из полученных точек проверяется на оптимальность.

Определим пространство решений и угловые точки агебраически. Требуемые соотношения устанавливаются из указанного в таблице соответствия геометрических и алгебраических определений.

Геометрическое определение	Алгебраическое определение (симплекс метод)
Пространство решений	Ограничения модели стандартной формы
Угловые точки	Базисное решение задачи в стандартной форме

Представление пространства решений стандартной задачи линейного программирования.

Линейная модель, построенная для нашей задачи и приведенная к стандартной форме, имеет следующий вид:

Максимизировать

$$F = 0.11 \cdot x_1 + x_2 + 0.5 \cdot x_3 \to \max .$$

При ограничениях

$$15 \cdot x_1 + 190 \cdot x_2 + 50 \cdot x_3 + S_1 = 10000$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0$$

Вычислительные процедуры симплекс-метода.

Симплекс-алгоритм состоит из следующих шагов.

Шаг 0. Используя линейную модель стандартной формы, определяют начальное допустимое базисное решение путем приравнивания к нулю n — m (небазисных) переменных.

Шаг 1. Из числа текущих небазисных (равных нулю) переменных выбирается включаемая в новый базис переменная, увеличение которой обеспечивает улучшение значения целевой функции. Если такой переменной нет, вычисления прекращаются, так как текущее базисное решение оптимально. В противном случае осуществляется переход к шагу 2.

Шаг 2. Из числа переменных текущего базиса выбирается исключаемая переменная, которая должна принять нулевое значение (стать небазисной) при введении в состав базисных новой переменной.

Шаг 3. Находится новое базисное решение, соответствующее новым составам небазисных и базисных переменных. Осуществляется переход к шагу 1.

Поясним процедуры симплекс-метода на примере решения нашей задачи. Сначала необходимо представить целевую функцию и ограничения модели в стандартной форме:

Напишем систему уравнений:

$$\begin{cases} 15 \cdot x_1 + 190 \cdot x_2 + 50 \cdot x_3 + S_1 = 10000; \\ x_1 - 2 \cdot x_3 - S_2 + y_1 = 0; \\ x_1 - 3 \cdot x_2 - S_3 + y_2 = 0, \end{cases}$$

$$F = 0.11 \cdot x_1 + x_2 + 0.5 \cdot x_3 + M\left(y_1 + y_2\right) \to \max.$$

Выразим переменные y_1 и y_2 из 2-го и 3-го уравнений системы:

$$y_1 + y_2 = -x_1 + 2 \cdot x_3 + S_2 - x_1 + 3 \cdot x_2 + S_3;$$

$$y_1 + y_2 = -2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + S_2 + S_3.$$

Таким образом, целевая функция примет вид:

$$F = 0.11 \cdot x_1 + x_2 + 0.5 \cdot x_3 + M\left(-2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + S_2 + S_3\right);$$

$$F = \left(0.11 - 2 \cdot M\right) \cdot x_1 + \left(1 + 3 \cdot M\right) \cdot x_2 + \left(0.5 + 2 \cdot M\right) \cdot x_3 + M \cdot S_2 + M \cdot S_3.$$

Как отмечалось ранее, в качестве начального пробного решения используется решение системы уравнений, в которой две переменные принимаются равными нулю. Это обеспечивает *единственность* и *допустимость* получаемого решения. В рассматриваемом случае очевидно, что подстановка $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ сразу же приводит к следующему результату: $S_1 = 10000$, $S_2 = S_3 = 0$. Поэтому точку А можно использовать как начальное допустимое решение. Величина Z в этой точке равна нулю, так как и x_1 и x_2 имеют нулевое значение. Поэтому, преобразовав уравнение целевой функции так, чтобы его правая часть стала равной нулю, можно убедиться в том, что правые части уравнений целевой функции и ограничений полностью характеризуют начальное решение. Это имеет место во всех случаях, когда начальный базис состоит из *остаточных* переменных.

Полученные результаты удобно представить в виде таблицы:

Базисные переменные	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	Y_1	Y_2	b_i
X_4 Y_1 Y_2	15 1 1	190 0 -3	50 -2 0	1 0 0	0 -1 0	0 0 -1	0 1 0	0 0 1	10^4 0 0
-F	0.11 $-2M^+$	1 3M	0.5 2M	0 0	0 M	0 M	0 0	0 0	0 0

Эта таблица интерпретируется следующим образом. Столбец «Базисные переменные» содержит переменные пробного базиса S_1, S_2, S_3 значения которых приведены в столбце «Решение». При этом подразумевается, что небазисные переменные x_1, x_2, x_3 (не представленные в первом столбце) равны нулю.

Применяя условие оптимальности к исходной таблице, выберем в качестве переменной, включаемой в базис, переменную x_1. Исключаемая переменная должна быть выбрана из совокупности базисных переменных S_1, S_2, S_3. Процедура выбора исключаемой переменной предполагает проверку *условия допустимости,* требующего, чтобы в качестве исключаемой переменной выбиралась та из переменных текущего базиса, которая первой обращается в нуль при увеличении включаемой переменной X_1 вплоть до значения, соответствующего смежной экстремальной точке. Т. е. в качестве разрешающего выбираем тот элемент, который является минимальным при делении элемента последнего столбца, находящегося на этой же строчке.

В данном случае этим элементом будет y_1.

Интересующее нас отношение (фиксирующее искомую точку пересечения и идентифицирующее исключаемую переменную) можно определить из симплекс-таблицы. Для этого в столбце, соответствующем вводимой переменной x_1, вычеркиваются отрицательные и нулевые элементы ограничений. Затем вычисляются отношения постоянных, фигурирующих в правых частях этих ограничений, к оставшимся элементам столбца, соответствующего вводимой переменной x_1. Исключаемой переменной будет та переменная текущего базиса, для которой указанное выше отношение минимально.

Начальная симплекс-таблица для нашей задачи, получаемая после проверки *условия допустимости* (т. е. после вычисления соответствующих отношений и определения исключаемой переменной), воспроизведена ниже. Для удобства описания вычислительных процедур, осуществляемых на следующей итерации, введем ряд необходимых определений. Столбец симплекс-таблицы, ассоциированный с вводимой переменной, будем называть ведущим столбцом. Строку, соответствующую исключаемой переменной, назовем ведущей строкой (уравнением), а элемент таблицы, находящийся на пересечении ведущего столбца и ведущей строки, будем называть ведущим элементом.

После того как определены включаемая и исключаемая переменные (с использованием *условий оптимальности* и *допустимости),* следующая итерация (поиск нового базисного решения) осуществляется методом исключения переменных, или методом Жордана-Гаусса.

Базисные переменные	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	Y_1	Y_2	b_i
X_4	0	190	80	1	15	0	X	0	10^4
X_1	1	0	-2	0	-1	0	1	0	0
Y_2	0	-3	2	0	1	-1	X	1	0
-F	0	1	0.72	0	0.11	0	X	0	0
	0	3M	$-2M^+$	0	-M	M	X	0	0

Столбцы Y_1 и Y_2 нам теперь больше не нужны и их мы в дальнейшем писать не будем.

Базисные переменные	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	b_i
X_4	0	310	0	1	-25	40	10^4
X_1	1	-3	0	0	0	-1	0
X_3	0	-3/2	1	0	½	-1/2	0
-F	0	2.08	0	0	-0.25	0.36	0

Последняя строчка (вторая часть целевой строки) зануляется, поэтому в дальнейшем мы её писать не будем.

Базисные переменные	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	b_i
X_2	0	1	0	0.0032	-0.08	0.129	32.25
X_1	1	0	0	0.009	0.24	-0.61	96.7

X_3	0	0	1	0.0048	0.379	-0.306	48.38
-F	0	0	0	-2.4	-25.5	0.09	-67.1

Базисные переменные	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	b_i
X_6	0	7.75	0	0.25	-0.62	1	250
X_1	1	4.72	0	0.105	25.36	0	249.2
X_3	0	2.37	1	0.0015	.19	0	124.88
-F	0	-0.69	0	-25.44	-25.44	0	-89.59

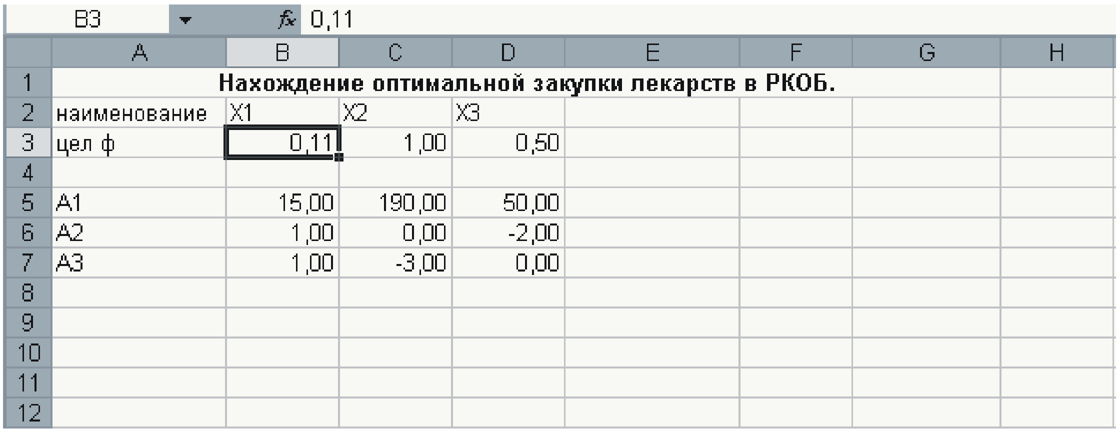
Вывод: для оптимальной закупки необходимо:

$x_1 = 250;$

$x_2 = 0;$

$x_3 = 125.$

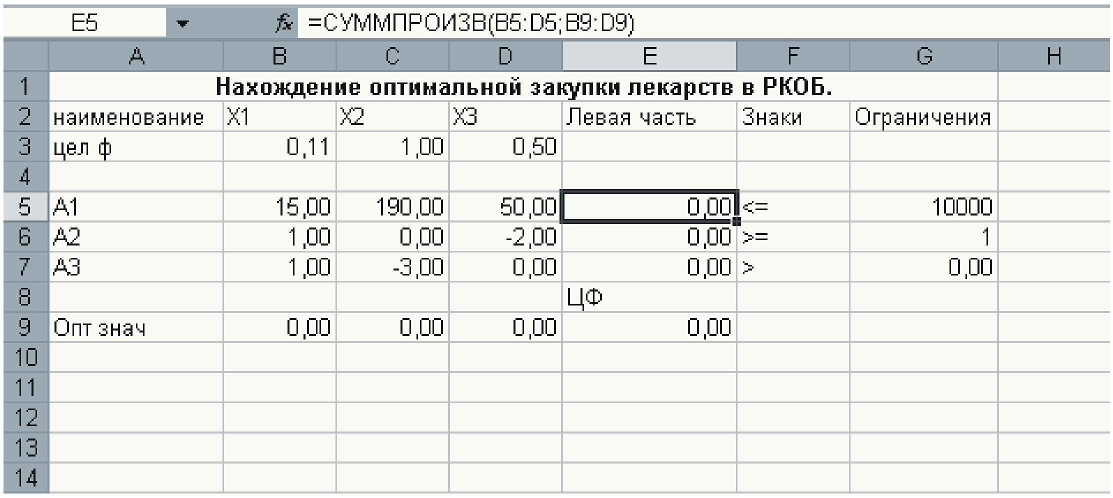
Данная задача хорошо решается в MS Excel. Для этого составим следующую таблицу:



B3 fx 0,11

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Нахождение оптимальной закупки лекарств в РКОБ.							
2	наименование	X1	X2	X3				
3	цел ф	0,11	1,00	0,50				
4								
5	A1	15,00	190,00	50,00				
6	A2	1,00	0,00	-2,00				
7	A3	1,00	-3,00	0,00				
8								
9								
10								
11								
12								

Теперь необходимо ввести зависимости из математической модели. Эти зависимости представляют собой левые части ограничений и целевую функцию. Данную операцию можно выполнить с помощью функции СУММПРОИЗ, где в первый массив вводятся соответствующие коэффициенты ограничения, а во второй массив переменные x_1, x_2, x_3, точнее ячейки, где мы им присвоили инициирующие значения – ячейки B7 – D7.

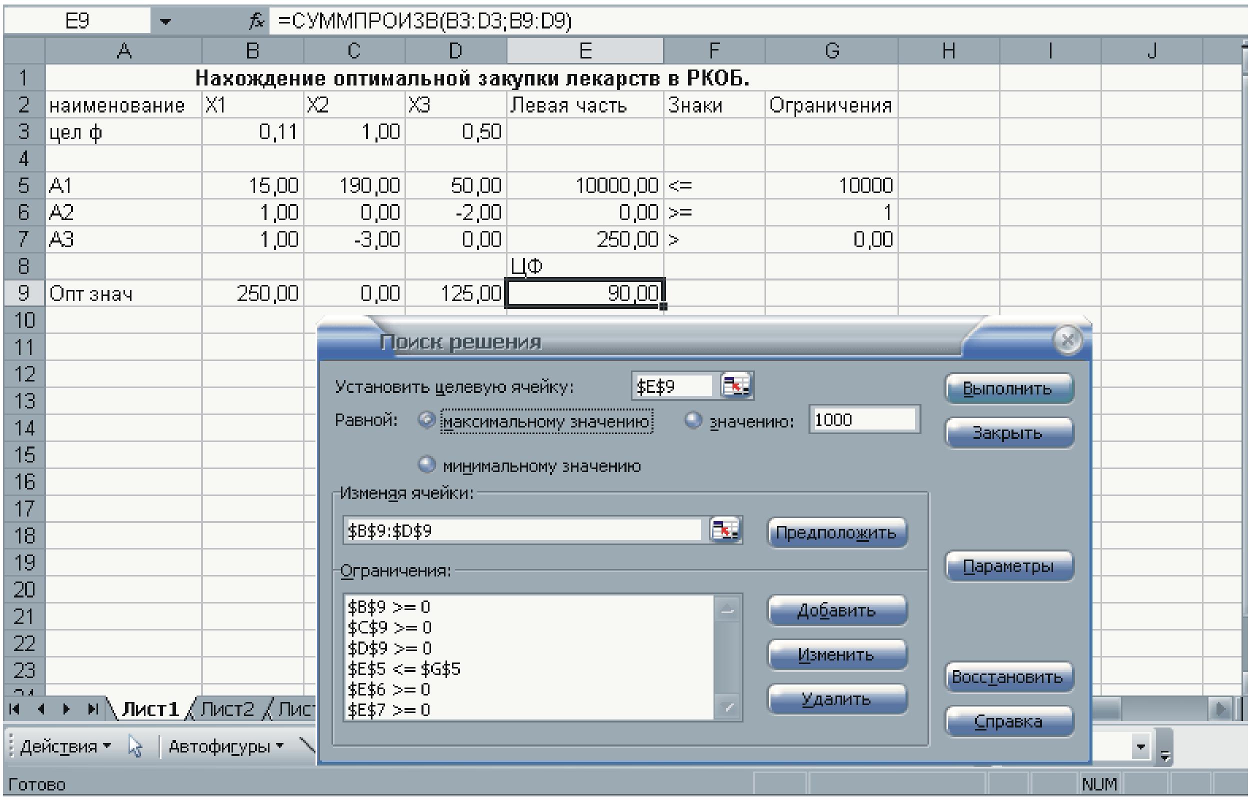


E5 =СУММПРОИЗВ(B5:D5;B9:D9)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Нахождение оптимальной закупки лекарств в РКОБ.**							
2	наименование	X1	X2	X3	Левая часть	Знаки	Ограничения	
3	цел ф	0,11	1,00	0,50				
4								
5	A1	15,00	190,00	50,00	0,00	<=	10000	
6	A2	1,00	0,00	-2,00	0,00	>=	1	
7	A3	1,00	-3,00	0,00	0,00	>	0,00	
8					ЦФ			
9	Опт знач	0,00	0,00	0,00	0,00			
10								
11								
12								
13								
14								

Аналогично и со строками 5, 6 и 9.

Далее через поиск решения находим оптимальный ответ.



E9 =СУММПРОИЗВ(B3:D3;B9:D9)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Нахождение оптимальной закупки лекарств в РКОБ.**									
2	наименование	X1	X2	X3	Левая часть	Знаки	Ограничения			
3	цел ф	0,11	1,00	0,50						
4										
5	A1	15,00	190,00	50,00	10000,00	<=	10000			
6	A2	1,00	0,00	-2,00	0,00	>=	1			
7	A3	1,00	-3,00	0,00	250,00	>	0,00			
8					ЦФ					
9	Опт знач	250,00	0,00	125,00	90,00					

Глава 7. Транспортная задача.

Фонд ОМС контролирует поставку лекарственных препаратов в РКОБ и МНТК их основные филиалы: ЭЛКО, НСБК (Новочебоксарская), КСБК (Канашская). Всем потоком лекарственных препаратов занимаются следующие фирмы: Фармация, Фарм-эн, Власта. Это основные поставщики (свыше 85%).

Одно из основных лекарств во всех этих больницах – Цефазолин (также наиболее популярное среди населения). Количество необходимого антибиотика и содержания его в складах фирм даны в таблице:

Тарифы руб.	РКОБ	МНТК	ЭЛКО	НСБК	КСБК	Запасы
Фармация	31	31,5	31,87	32,45	33,1	6387
Фарм-Эн	30,98	30,89	30,98	31	31	5527
Власта	30,89	30,87	30,79	30,89	31	5240
Потребление	4350	2985	2890	3561	3368	

Необходимо определить оптимальный уровень поставки лекарств со складов фирм в больницы.

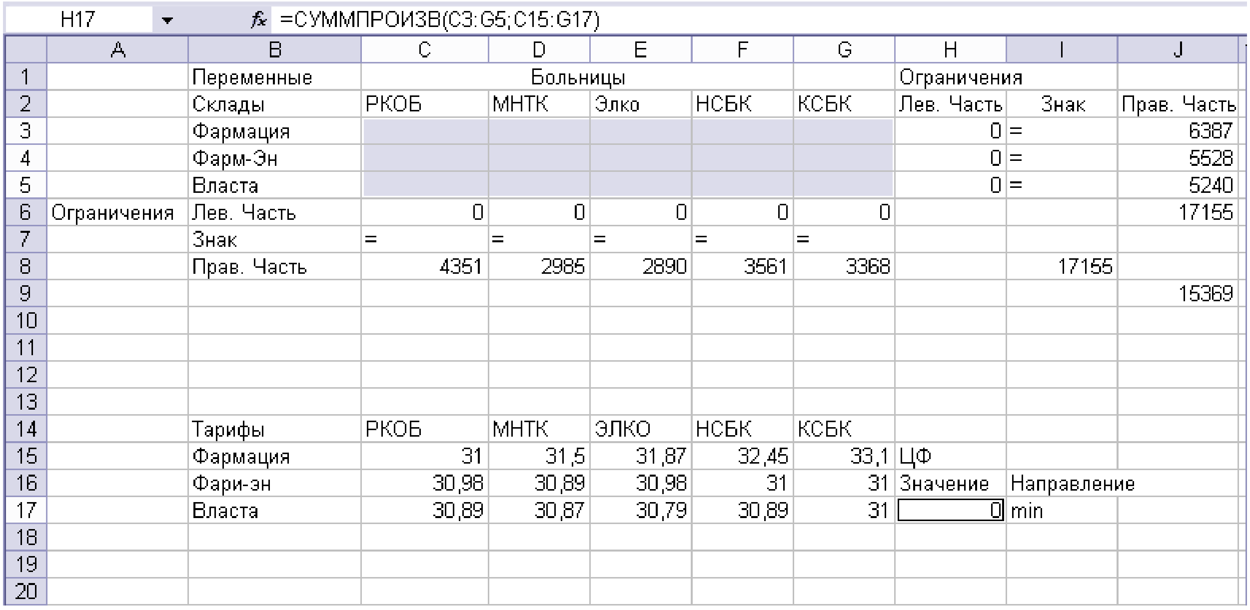
Решение.

Целевая функция и ограничения данной задачи имеют вид:

$$31\cdot x_{11}+31{,}5\cdot x_{12}+31{,}87\cdot x_{13}+32{,}45\cdot x_{14}+33{,}1\cdot x_{15}+30{,}98\cdot x_{21}+30{,}89\cdot x_{22}+30{,}98\cdot x_{23}+$$
$$31\cdot x_{24}+31\cdot x_{25}+30{,}89\cdot x_{31}+30{,}87\cdot x_{32}+30{,}79\cdot x_{33}+30{,}89\cdot x_{34}+31\cdot x_{35}\to \min;$$

$$\begin{cases}x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}=6387,\\ x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}+x_{25}=5527,\\ x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}=5240,\\ x_{11}+x_{21}+x_{31}=4350,\\ x_{12}+x_{22}+x_{32}=2985,\\ x_{13}+x_{23}+x_{33}=2890,\\ x_{14}+x_{24}+x_{34}=3561,\\ x_{15}+x_{25}+x_{35}=3368,\\ \forall x_{ij}\ge 0, \forall - \textit{целые}\left(i=\overline{1,3};\, j=\overline{1,5}\right).\end{cases}$$

Экранные формы, задание переменных, целевой функции, ограничений и граничных условий двухиндексной задачи (1.5) и ее решение представлены ниже:

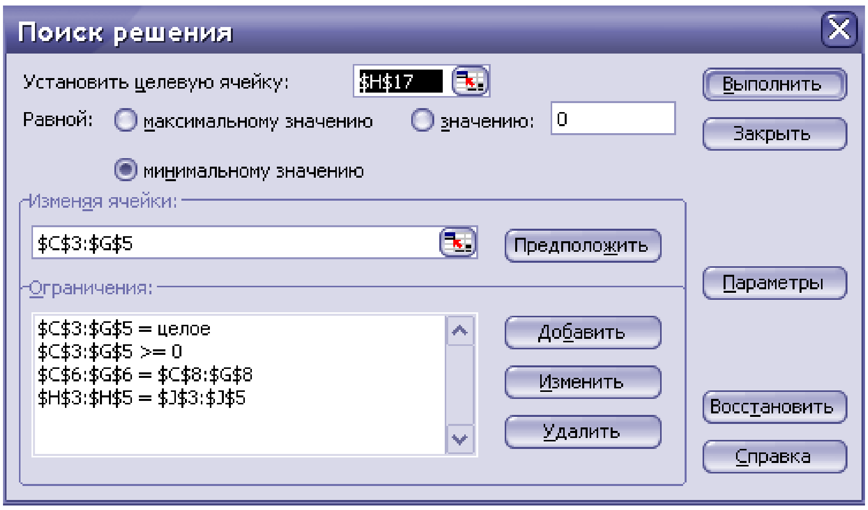


H17 =СУММПРОИЗВ(C3:G5;C15:G17)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Переменные		Больницы				Ограничения		
2		Склады	РКОБ	МНТК	Элко	НСБК	КСБК	Лев. Часть	Знак	Прав. Часть
3		Фармация						0	=	6387
4		Фарм-Эн						0	=	5528
5		Власта						0	=	5240
6	Ограничения	Лев. Часть	0	0	0	0	0			17155
7		Знак	=	=	=	=	=			
8		Прав. Часть	4351	2985	2890	3561	3368		17155	
9										15369
10										
11										
12										
13										
14		Тарифы	РКОБ	МНТК	ЭЛКО	НСБК	КСБК			
15		Фармация	31	31,5	31,87	32,45	33,1	ЦФ		
16		Фарм-эн	30,98	30,89	30,98	31	31	Значение	Направление	
17		Власта	30,89	30,87	30,79	30,89	31	0	min	
18										
19										
20										

Формулы экранной формы задачи:

Объект математической модели	Выражение в Excel
Переменные задачи	C3:G5
Формула в целевой ячейке H17	=СУММПРОИЗВ(C3:G5;C15:G17)
Ограничения по строкам в ячейках H3, H4, H5	=СУММ(C3:G3) =СУММ(C4:G4) =СУММ(C5:G5)
Ограничения по столбцам в ячейках C6, D6, E6, F6, G6	=СУММ(C3:C5) =СУММ(D3:D5) =СУММ(E3:E5) =СУММ(F3:F5) =СУММ(G3:G5)
Суммарные запасы и потребности в ячейках J6, I8	=СУММ(J3:J5) =СУММ(C8:G8)



Экранная форма после получения решения задачи:

H17 | f_x =СУММПРОИЗВ(C3:G5;C15:G17)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Переменные		Больницы				Ограничения		
2		Склады	РКОБ	МНТК	Элко	НСБК	КСБК	Лев. Часть	Знак	Прав. Часть
3		Фармация	4351	2036	0	0	0	6387	=	6387
4		Фарм-Эн	0	949	0	1211	3368	5528	=	5528
5		Власта	0	0	2890	2350	0	5240	=	5240
6	Ограничения	Лев. Часть	4351	2985	2890	3561	3368			17155
7		Знак	=	=	=	=	=			
8		Прав. Часть	4351	2985	2890	3561	3368		17155	
9										15369
10										
11										
12										
13										
14		Тарифы	РКОБ	МНТК	ЭЛКО	НСБК	КСБК			
15		Фармация	31	31,5	31,87	32,45	33,1	ЦФ		
16		Фари-эн	30,98	30,89	30,98	31	31	Значение	Направление	
17		Власта	30,89	30,87	30,79	30,89	31	531853,21	min	
18										
19										
20										

Глава 8. Модель очереди.

Основы знаний об очередях, иногда называемые теорией очередей или теорией массового обслуживания, составляют важную часть в теории управления производством. Очереди – обычное явление. В больницах они носят форму ожидания пациентов у кабинета. Этот процесс использует человеческие ресурсы и ресурсы оборудования для удовлетворения потребностей клиентов.

Профессиональный менеджер, принимая решение о совершенствовании обслуживания, оценивает изменения, возникающие в затратах на функционирование системы и в издержках, связанных с ожиданием клиентов. Можно нанять большое количество сотрудников, которые будут быстро обслуживать клиентов. Так, известно, что во время праздников очень часты случаи травматизма. Поэтому во время праздников и выходных дней в операционный и травматический отдел назначается дополнительное количество работников и дежурных. Однако снижение времени ожидания обычно сопряжено с издержками на создание и оснащение рабочих мест, с оплатой труда дополнительного персонала. Эти издержки могут быть весьма значительны.

Можно сэкономить на трудозатратах. Но тогда клиент может не дождаться обслуживания или потерять охоту вернуться ещё раз. В последнем случае система массового обслуживания будет нести потери, которые можно назвать издержками ожидания (ООО «Эксимер»). В остальных отделениях затраты, связанные с длительным ожиданием, могут оказаться чрезвычайно высокими. Основной экономический принцип совершенствования систем массового обслуживания состоит в оценке общих ожидаемых затрат, включающих затраты на обслуживание и потери, которые несёт система в результате ожидания клиента.

В системах массового обслуживания различают 3 основных этапа, которые проходит каждая заявка:

1. Появление заявки на входе в систему;
2. Прохождение очереди;
3. Процесс обслуживания, после которого заявка покидает систему.

Характеристика входа:

1. Число заявок на входе;

2. Режим поступления заявок в систему обслуживания;
3. Поведение клиентов.

Число заявок может быть ограниченным и неограниченным. Если число заявок, поступивших на вход системы с момента начала процесса обслуживания до любого заданного момента времени, является лишь малой частью потенциально возможного числа клиентов, популяция на входе рассматривается как неограниченная.

Заявки могут поступать в систему обслуживания в соответствии с определённым графиком (например один пациент на приём к врачу каждые 15 мин.) или случайным образом (независимы друг от друга и непредсказуемы). Часто в задачах массового обслуживания число появлений в единицу времени может быть оценено с помощью пуассоновского распределения вероятностей. При заданном темпе поступления дискретное распределение Пуассона описывается следующей формулой:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x}}{x!} \text{ для } x = 0,1,\ldots,$$

P(x) – вероятность поступления x заявок в единицу времени;

X – число заявок в единицу времени;

λ - среднее число заявок в единицу времени (темп поступления заявок);

Соответствующее значение вероятностей P(x) нетрудно определить с помощью таблицы пуассоновского распределения. Если, например, средний темп поступления заявок – 2 клиента в час, то вероятность того, что в течение часа в систему не поступит ни одной заявки равна 0,135, вероятность появления одной заявки – около 0,27, 2 – около 0,27 и т. Д. На практике вероятности появления заявок, разумеется, не всегда подчиняются пуассоновскому распределению (они могут иметь какое-то другое распределение). Поэтому требуется проводить предварительное исследование для того, чтобы проверить, что пуассоновское распределение может служить хорошей аппроксимацией.

Характеристика очереди:

1. Длина;
2. Правило обслуживания.

Длина очереди может быть ограничена либо не ограничена. Длина ограничена, если она по каким-либо причинам (например, из-за физических ограничений) не может увеличиваться до бесконечности. Если очередь достигает своего максимального размера, то следующая заявка в систему не допускается и происходит отказ. Длина очереди не ограничена, если в очереди может находится любое число заявок.

Правило обслуживания. В большинстве больниц используют правило «первым пришёл – первым ушёл». В некоторых случаях в различных отделениях к этому правило могут устанавливаться различные приоритеты. Например, пациент с сильной травмой в отделе поликлиники будет иметь приоритет в обслуживании по сравнению с пациентом, имеющим лёгкую травму.

Характеристика процесса обслуживания:

1. Конфигурация системы обслуживания (число каналов и число фаз обслуживания);
2. Режим обслуживания.

Системы обслуживания различаются по числу каналов обслуживания. Обычно число каналов можно определить как число клиентов, обслуживание которых может быть начато одновременно, например: количество врачей в травматологическом отделении.

Как и режим поступления заявок, режим обслуживания может характеризоваться либо постоянным, либо случайным временем обслуживания. При постоянном времени на обслуживание любого клиента тратится одинаковое время. Такая ситуация может наблюдаться на автоматическом приборе по определению остроты зрения. Однако очень часто встречаются ситуации, когда время обслуживания может иметь случайное распределение. Во многих случаях можно предположить, что время обслуживания подчиняются экспонциальному распределению с функцией распределения

$$F(\tau) = p(t < \tau) = 1 - e^{-\tau\mu},$$

Где $p(t < \tau)$ – вероятность того, что фактическое время t обслуживания заявки не превысит заданной величины τ;

μ - среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени

$e = 2,7182$ - основание натурального логарифма.

При анализе систем массового обслуживания используются технические и экономические характеристики.

Наиболее часто используются следующие технические характеристики:

1. Среднее время, которое клиент проводит в очереди;
2. Средняя длина очереди;
3. Среднее время, которое клиент проводит в системе обслуживания;
4. Среднее число клиентов в системе обслуживания;
5. Вероятность того, что система обслуживания окажется незанятой;
6. Вероятность определённого числа клиентов в системе.

Среди экономических характеристик наибольший интерес представляют следующие:

1. Издержки ожидания в очереди;
2. Издержки ожидания в системе;
3. Издержки обслуживания.

Пример.

В РКОБ имеются несколько отделений. Для примера рассмотрим следующие:

- Приёмное (A);
- Рентгеновское (B);
- Операционное (C);
- Диагностическое (D);
- Микрохирургическое офтальмологическое (E)
- Регистрация (F).

Вероятности перехода пациента из одного отделения в другое указаны в таблице.

Сымитируем передвижение в РКОБ дл 10 пациентов. При этом будем рассматривать одного пациента в течение всего времени с момента, когда он поступает в приёмную и до момента, когда он выписывается. При этом следует учитывать, что пациент может попадать в одно и то же отделение более одного раза.

Из отделения	В отделение	Вероятность		Из отделения	В отделения	Вероятность
A	B	0.30		C	D	0,25
	C	0.15			E	0,4
	D	0,20			F	0,35
	E	0,25		D	B	0,35
	F	0.1			C	0,30
B	C	0,27			E	0,25
	D	0,29			F	0,1
	E	0,3		E	D	0,16
	F	0,14			C	0,38
					F	0,46

Решение.

Построим интервалы случайных чисел для каждого отделения:

1. Приёмное.

Из отделения	В отделение	Вероятность	Интегральная вероятность	Интервал случайных чисел
A	B	0,30	0,30	01-30
	C	0,15	0,45	31-45
	D	0,20	0,65	46-65
	E	0,25	0,90	66-90
	F	0,1	1,00	91-00

2. Рентгеновское.

Из отделения	В отделение	Вероятность	Интегральная вероятность	Интервал случайных чисел
B	C	0.27	0.27	01-27
	D	0.29	0.56	28-56
	E	0.30	0.86	57-86
	F	0.14	1.00	87-00

3. Операционное.

Из отделения	В отделение	Вероятность	Интегральная вероятность	Интервал случайных чисел
C	D	0.25	0.25	01-25
	E	0.4	0.65	26-65
	F	0.35	1.00	66-00

4. Диагностическое.

Из отделения	В отделение	Вероятность	Интегральная вероятность	Интервал случайных чисел
D	B	0.35	0.35	01-35
	C	0.30	0.65	36-65
	E	0.25	0.90	66-90
	F	0.1	1.00	91-00

5. Микрохирургическое офтальмологическое.

Из отделения	В отделение	Вероятность	Интегральная вероятность	Интервал случайных чисел
E	D	0.16	0.16	01-16
	C	0.38	0.54	17-54
	F	0.46	1.00	55-00

Имитация (О – отделение; СЧ – случайное число)

Пациент	О	СЧ	О	СЧ	О	СЧ	О	СЧ	О	СЧ	О	СЧ	О
1	A	82	E	57	F								
2	A	68	E	28	C	05	D	94	F				
3	A	03	B	11	C	27	E	79	F				
4	A	90	E	87	F								
5	A	92	F										
6	A	41	C	09	D	25	B	36	D	77	E	69	F
7	A	02	B	36	D	49	C	71	F				
8	A	99	F										
9	A	32	C	10	D	75	E	21	C	95	F		
10	A	90	E	94	F								

Заключение.

Линейное программирование - это наука о методах исследования и отыскания наибольших и наименьших значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения. Таким образом, задачи линейного программирования относятся к задачам на условный экстремум функции. Казалось бы, что для исследования линейной функции многих переменных на условный экстремум достаточно применить хорошо разработанные методы математического анализа, однако невозможность их использования можно довольно просто проиллюстрировать.

Таким образом, мы видим, что линейное программирование можно использовать не только для решения задач максимизации прибыли в предприятии, но и для решения задач минимизации всяческих убытков, которые могут понести социальные службы.

Проведение подобных исследований имеет не только высокое экономическое, но и социальное значение. В подтверждении этих слов в приложении 9 приведём данные о состоянии сферы здравоохранения на территории России.

Кроме того, в данной работе не только исследована, на и доказана выгодность проведения расчётов задач линейного программирования с использованием копьютерной техники и, в частности, электронных таблиц Excel.

В результате проведенного исследования, было получено подтверждение о выгодности использования математико-экономического проектирования и методов системного анализа для анализа и планирования экономических систем.

Список использованной литературы.

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в задачах и упражнениях. - М.: Высшая школа, 1993.
2. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования.
3. –М.:Наука,1965.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т.1-3. - М.:Мир, 1972,1973.
5. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. - М.: Наука, 1980.
6. Вентцель Е.С. Исследование операций. - М.: Советское радио, 1972.
7. Вилкас Э.И. Оптимальность в играх и решениях. - М.: Наука,1990.
8. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. - М.: Наука, 1976.
9. Горелик В.А., Ушаков И.А. Исследование операций. - М.: Машиностроение, 1986.
10. Давыдов Э.Г. Исследование операций. – М.:Высш. шк. ,1990.
11. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. - М.: Наука, 1982.
12. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. - М.: Прогресс, 1975.
13. Курицкий Б.К. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0. - Спб.: BHV, 1997.
14. Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы. - М.: Наука, 1990.
15. Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В. Исследование операций в задачах и упражнениях. - М.: Высшая школа, 1986.
16. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. - М.: Мир, 1985.
17. Павловский Ю.Н. Имитационные модели и системы. - М.: Фазиз, 2000.
18. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр: Учебное пособие для университетов. - М.: Высшая школа, Книжный дом “Университет”, 1998.
19. Таха Х. Введение в исследование операций. Т.1,2. - М.: Мир, 1985.
20. Шикин Е.В. Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении: Учебник для ВУЗов. - М.: Дело, 2000.
21. Волков Г. Г., Краснов В. К. Математика. Экономико-математические методы: математическое программирование. Чебоксары: ЧКИ, 2003.
22. Афанасьев М. Ю. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения: учебное пособие для вузов / М. Ю. Афанасьев, Б. П. Суворов. – М.: ИНФРА-М, 2003. – 443 с.
23. Косоруков О. А. Исследование операций: Учебник для вузов. – М.: Экзамен, 2003. – 442 с.
24. Волков Г. Г. Математика. Экономико-математические методы: элементы теории игр. Учебное пособие/Г. Г. Волков, В. К. Краснов. ЧКИ – Чебоксары: Селина, 2002 – 41 с.
25. Фомин Г. П. Методы и модели линейного программирования коммерческой деятельности: Учебное пособие для вузов/Г. П. Фомин. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 127 с.